

Международный консорциум «Электронный университет»

*Московский государственный университет экономики,
статистики и информатики*

Евразийский открытый институт

**Н.А. Садовникова
Р.А. Шмойлова**

Анализ временных рядов и прогнозирование

Выпуск 3

Учебно-методический комплекс

Москва 2009

УДК 311
ББК 60.6
С 143

Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. Вып. 3: Учебно-методический комплекс. – М.: Изд. центр ЕАОИ, 2009. – 264 с.

ISBN 978-5-374-00199-0

© Садовникова Н. А., 2009

© Шмойлова Р. А., 2009

© Оформление. Евразийский открытый институт, 2009

Содержание

Введение	5
РАЗДЕЛ I. Теоретико-методологические аспекты моделирования социально-экономических явлений и процессов.....	9
1.1. Система статистических понятий и категорий, применяемых в моделировании и прогнозировании социально-экономических явлений и процессов	9
1.2. Модель как отображение действительности	11
1.3. Понятие и основные принципы экономико-статистического анализа	13
1.4. Характеристика информационной базы и основные принципы ее формирования.....	15
1.5. Априорный анализ и его роль в статистическом моделировании.....	23
РАЗДЕЛ II. Моделирование динамики социально-экономических явлений и процессов	29
2.1. Временные ряды, их характеристики и задачи анализа. Требования к исходной информации.	29
2.2. Основные особенности статистического анализа одномерных временных рядов по компонентам ряда.	38
2.3. Моделирование тенденции	45
2.4. Выбор формы тренда	70
2.5. Моделирование случайного компонента	80
2.6. Модели периодических колебаний	92
2.7. Модели связанных временных рядов.....	103
Контрольные вопросы к разделу II.....	113
РАЗДЕЛ III. Прогнозирование динамики социально-экономических явлений и процессов	115
3.1. Сущность и классификация статистических прогнозов	115
3.2. Простейшие методы прогнозной экстраполяции ...	123
3.3. Прогнозирование на основе экстраполяции тренда..	131

3.4. Прогнозирование с учетом дисконтирования информации.....	134
3.5. Прогнозирование на основе кривых роста.....	147
3.6. Прогнозирование рядов динамики, не имеющих тенденции	152
3.7. Оценка точности и надежности прогнозов	157
Контрольные вопросы к разделу III	164
Глоссарий	165
Список рекомендуемой литературы.....	172
Заключение.....	173
Руководство по изучению дисциплины	174
Практикум	215
Тест для самопроверки	215
Контрольная работа для студентов заочной формы обучения по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование»	227
Приложения	235
Тест для самопроверки по основным категориям курса	247
Учебная программа.....	252

Введение

Развитие и повышение социально-экономического статуса и положения страны выдвигает на первый план задачу анализа и перспектив развития субъектов рыночных отношений на различных иерархических уровнях управления с целью выбора оптимальных управленческих решений, направленных на повышение эффективности и деловой активности их функционирования.

В этой связи возрастает роль методологии статистического моделирования и прогнозирования состояния, структуры и основных тенденций развития субъектов рыночных отношений вне зависимости от отраслевой принадлежности, форм собственности и внутренней структурной градации.

Учебное пособие «Анализ временных рядов и прогнозирование» включает в себя комплексную методологию моделирования и прогнозирования динамической информации, представленной временными рядами социально-экономических явлений и процессов.

В пособии нашло отражение обобщение отечественного и зарубежного опыта использования математико-статистических методов моделирования и прогнозирования социально-экономических явлений и процессов.

Важнейшая задача прогнозирования явлений и процессов – выявление закономерностей и установление основных тенденций развития. Для анализа общих тенденций не целесообразно рассматривать каждый случай в отдельности. Чем больше по числу единиц статистическая совокупность, тем, при прочих равных условиях, качественнее проявляется закономерность, присущая изучаемому явлению или процессу.

Устойчивые пропорции в экономических явлениях и процессах проявляются при действии закона больших чисел.

Моделирование и прогнозирование позволяют управлять массовыми экономическими явлениями и процессами и предвидеть их развитие.

Для моделирования и прогнозирования социально-экономических явлений и процессов решающее значение имеет принцип их взаимной связи и взаимной обусловленности. Для того, чтобы глубоко понять явление, необходимо изучить внешние и внутренние причинные взаимосвязи, познать конкретное состояние и условия его возникновения и существования.

Общественные явления находятся не только во взаимной связи, но и в непрерывном движении, изменении, развитии – именно это обуславливает необходимость прогнозирования.

Предметом моделирования и прогнозирования явлений и процессов является система, воспроизводящая объект исследования так, что на ее основе могут быть изучены их структура и размещение, изменения во времени, связи и зависимости.

При моделировании объект, интересующий исследователя, заменяется некоторым другим объектом, который называется моделью.

Каковы же объективные основания замены одного объекта другим?

Предметы материального мира – целостные системы свойств, связей, отношений, процессов. Закономерная связь элементов является объективной основой моделирования и прогнозирования.

Элементы включены в совокупности не случайно, а закономерно координированы друг с другом, и, если два объекта сходны в каком-то существенном отношении, то они будут сходны и в другом отношении. Отсюда следует, что объектом моделирования и прогнозирования являются статистические совокупности, их численность.

Моделирование основывается на абстрактно-логических процедурах. Рассматривается не вся бесконечная совокупность свойств и отношений явлений, а только часть, наиболее существенная.

Процесс моделирования и прогнозирования начинается с постановки задачи. В соответствии с конкретной задачей выде-

ляются основные свойства, отношения, признаки объекта исследования.

После предварительного изучения объекта переходят к *выбору модели*, который осуществим как на интуитивной основе, так и на логических основаниях.

Применение рассмотренной в учебном пособии методологии анализа и прогнозирования на основе временных рядов имеет достаточно широкое прикладное значение и может использоваться при решении таких конкретных задач исследования реальных социально-экономических явлений и процессов как моделирование и прогнозирование:

- технико-экономических показателей отрасли, фирмы, предприятия;
- деловой активности и эффективности функционирования организационно-правовой структуры;
- кадровых ресурсов и кадровой политики;
- финансовой устойчивости и финансового состояния фирмы;
- рынка жилья;
- мотивов поведения потребителей;
- товарной структуры, сегментов рынка;
- рекламы в системе маркетинговых коммуникаций;
- потребности и управления персоналом;
- внешней и внутренней предпринимательской среды;
- ликвидности, доходности, кредитоспособности, эффективности использования капитала, показателей платежеспособности, оборотного капитала, финансовых результатов в отраслях сферы товарного обращения, банковских структурах, страховых компаниях, акционерных, малых и других форм организации предприятий;
- систем имущественного, подотраслей личного и государственного социального страхования;
- финансовой устойчивости и деловой активности сегментов фондового рынка, рынка ценных бумаг, биржевых структур;
- надежности и стабильности, эффективности и деловой активности, конкурентоспособности банковских структур и кредитной политики банковских структур.

Конечной целью создания данного учебного пособия является формирование у специалистов глубоких теоретических знаний методологии анализа, моделирования и прогнозирования социально-экономических явлений и процессов, и практических навыков по оценке состояния и перспектив развития конкретных социально-экономических явлений и процессов на основе построения адекватных, и, в достаточной степени хорошо аппроксимирующих реальные явления и процессы, статистических моделей, на основе которых возможна выработка конкретных предложений, рекомендаций и путей их прикладного использования на макро- и микро-уровнях.

Раздел I.

Теоретико-методологические аспекты моделирования социально-экономических явлений и процессов

1.1. Система статистических понятий и категорий, применяемых в моделировании и прогнозировании социально-экономических явлений и процессов

Моделирование и прогнозирование явлений и процессов предполагает использование системы статистических понятий, категорий и методов, трактовка которых углубляется в соответствии с их статистическими особенностями.

К важнейшим понятиям и категориям относится статистическая совокупность, статистическая закономерность, закон больших чисел, статистическая взаимосвязь, а также такие философские категории как качество и количество, мера, явление и сущность, единичное и всеобщее, случайное и необходимое.

Статистическая закономерность выражает конкретные казуальные отношения, она предопределяет типичное распределение единиц статистической совокупности на некоторый момент времени под воздействием всей совокупности факторов.

Условиями ее проявления являются: наличие статистической совокупности и действие закона больших чисел.

Зная статистическую закономерность, можно выявить условия и причины, порождающие ее, для того, чтобы направлять ее действия в заданное «русло», то есть либо поддерживать эти условия для ее устойчивости во времени, либо, меняя их, стремиться получить нужный результат.

Зная статистическую закономерность, можно с той или иной степенью точности предсказать развитие явления, раскрыть сущность и изучить его структуру.

Под *статистической совокупностью* (множеством) понимается множество единиц, обладающих массовостью, однородностью, определенной целостностью, взаимозависимостью состояний отдельных единиц и наличием вариации.

Статистические совокупности состоят из элементов, единиц совокупности, которые являются носителем свойств изучаемого явления или процесса.

Признаки бывают существенные и несущественные, прямые и косвенные, атрибутивные и количественные, первичные и вторичные, факторные и результативные.

Классификация статистических признаков имеет важное значение для построения статистических моделей и осуществления прогноза. Так, при моделировании в ряде случаев важно правильно выделить факторные и результативные признаки. Среди факторных признаков необходимо отбирать лишь самые существенные, определяющие основное содержание явлений.

Закон больших чисел выявляет устойчивые пропорции и соотношения в социально-экономических явлениях и процессах и служит основой для их моделирования, создает возможность управлять ими и предвидеть их развитие.

Закон больших чисел определяет общее, существенное в явлениях, в их массе единиц, благодаря чему происходит взаимоотношение индивидуальных случайных различий.

Итак, *моделирование* – воспроизведение свойств исследуемого объекта в специально построенной модели. Для этой цели используются такие статистические методы как статистическое наблюдение, метод группировок, обобщающих показателей, корреляционный и регрессионный анализ.

С помощью статистического наблюдения и социального эксперимента получают исходную информацию для моделирования и прогнозирования.

Метод группировок устанавливает наличие и направление связи между факторными и результативными признаками. Для объективных заключений о связи необходимо предварительно определить границу, за пределами которой влияние группировочного признака отсутствует.

На основе регрессионного и корреляционного анализа связи получают свое аналитическое выражение, устанавливается теснота и направление связей между факторными и результативными признаками. Значимость корреляционных характеристик определяется объективными особенностями исследуемой совокупности.

1.2. Модель как отображение действительности

Наши представления об окружающей действительности по природе своей являются приближенными копиями объективной реальности.

Термин «модель» отражает эту условность, приближенность знания об объективной действительности.

Что же такое модель?

В «Философском словаре» дается следующее определение: «*Моделирование* – воспроизведение свойств исследуемого объекта на специально построенном по определенным правилам аналоге его. Этот аналог называется моделью».

В «Философской энциклопедии» говорится: «*Модель* – условный образ (изображение, схема, описание) какого-либо объекта (или системы объектов) служит для выражения отношения между человеческими знаниями об объектах и этими объектами».

Таким образом, под *моделью* понимается условный образ какого-либо объекта, приближенно воссоздающий этот объект. Между объектом и его моделью существуют отношения сходства, условности.

Модель дает возможность установить в каждом явлении, объекте, процессе те основные, главные закономерности, которые присущи этим явлениям.

Отношения объекта и модели устанавливаются на основе объективно присущих оригиналу и модели свойств и отношений.

Прежде всего между моделью и объектом существует отношение соответствия (сходства), которое и позволяет исследовать моделируемый объект посредством построения модели.

Но модель используется и для получения таких данных об объекте, которые или затруднительно, или невозможно получить путем непосредственного изучения оригинала. Для того, чтобы модель могла выполнить эту задачу, она должна быть не только сходной с оригиналом, но и отличаться от него. Отличие от оригинала – обязательный признак модели.

В процессе моделирования от установления отношений сходства между одними элементами модели и оригинала переходим к установлению отношений сходства между другими элементами оригинала и модели. Именно наличие такого перехода дает возможность получить новые данные об оригинале, о его свойствах, связях и отношениях.

Возможны два направления в моделировании.

Одно из направлений охватывает множество задач, среди которых основное место отводится отысканию оптимальных характеристик процесса.

В качестве таких моделей часто выступают модели линейного программирования. Эти модели часто называют *экономико-математическими*, поскольку их применение связано, главным образом, с моделированием функциональных зависимостей.

Сущность статистического моделирования состоит в построении для явления модели, на основании которой изучается поведение элементов системы и взаимодействие между ними с учетом многих, имеющих случайный характер, факторов. Данное направление включает в себя корреляционный анализ, изучение законов распределения и другие.

Модели, выражающие количественно закономерность, которая проявляется в массе событий, называют *экономико-статистическими моделями*.

Повышенный интерес, проявляемый в последние годы к статистическим моделям, обусловлен наличием пакетов прикладных программ, позволяющих обрабатывать большие массивы информации.

Статистические модели можно подразделить на два типа: *статические* и *временные*. В первом случае речь идет об исследовании статической совокупности. Единицей наблюдения

здесь служат отдельные единицы пространственной совокупности, а в качестве статистической информации используются их показатели по состоянию за определенный период или на момент времени.

Временная модель рассматривает процесс изменения явления во времени. В качестве единицы наблюдения здесь выступает время, а исходной информацией служат ряды динамики явления и определяющие их факторы.

По своим познавательным функциям статистические модели подразделяются на *структурные, динамические и модели взаимосвязей.*

1.3. Понятие и основные принципы экономико-статистического анализа

Анализ и обобщение данных исследования – заключительный этап статистического исследования, конечной целью которого является получение теоретических выводов и практических заключений о тенденциях и закономерностях изучаемых социально-экономических явлений и процессов.

Анализ — это метод научного исследования объекта путем рассмотрения его отдельных сторон и составных частей.

Экономико-статистический анализ – это разработка методики, основанная на широком применении традиционных статистических и математико-статистических методов с целью контроля адекватного отражения исследуемых явлений и процессов.

Задачами анализа являются: определение и оценка специфики и особенностей изучаемых явлений и процессов, изучение их структуры, взаимосвязей и закономерностей развития.

В качестве этапов статистического анализа выделяются:

- 1) формулировка цели анализа;
- 2) критическая оценка данных;
- 3) сравнительная оценка и обеспечение сопоставимости данных;

- 4) формирование обобщающих показателей;
- 5) фиксация и обоснование существенных свойств, особенностей, сходств и различий, связей и закономерностей изучаемых явлений и процессов;
- 6) формулировка заключений, выводов и практических предложений о резервах и перспективах развития изучаемого явления.

Методы анализа должны меняться в зависимости от характера изучаемых процессов, их специфики, особенностей и форм проявления.

Анализ данных проводится в неразрывной связи теоретического, качественного анализа сущности исследуемых явлений и соответствующего количественного инструментария изучения их структуры, связей и динамики.

Экономико-статистический анализ должен проводиться при строгом соблюдении следующих принципов, которые должны учитывать экономическую и статистическую их градацию.

К экономическим принципам необходимо отнести:

- соответствие экономическим законам и положениям теории расширенного воспроизводства;
- адекватное отражение сущности экономической политики современного этапа общественного развития;
- ориентация на конечные экономические результаты;
- учет специфики изучаемого объекта, сферы деятельности и так далее;
- согласование интересов субъектов различных иерархических уровней.

К статистическим принципам следует отнести:

- четко определенная цель исследования;
- согласованность систем по горизонтали и вертикали;
- сопоставимость во времени и пространстве;
- логическая взаимосвязь между показателями, характеризующими объект или явление;
- комплексность и полнота отображения объекта исследования в статистических показателях;
- максимальная степень аналитичности.

Соблюдение данных принципов, наряду с предпосылками применения методологии статистического анализа, позволит осуществить научно-обоснованное исследование субъектов экономики в соответствии с принятой международной методологией учета и статистики.

1.4. Характеристика информационной базы и основные принципы ее формирования

В условиях широкого распространения новых форм хозяйствования, анализ и оценка результатов деятельности организационно-правовых структур должны строиться на надежной информационной базе, что, в свою очередь, требует разработки общих принципов, приемов и методов ее получения.

В самом общем виде *«информация»* (от латинского разъяснение, изложение) *общенаучное понятие, включающее обмен сведениями между людьми, человеком и автоматом, обмен сигналами в животном и растительном мире.*

Существует «теория информации», в которой математическими методами изучаются способы измерения количества информации, содержащейся в каких-либо сообщениях и ее передача.

Из всех видов информации исследователей интересует прежде всего статистическая информация. Необходимо ее выделять, обобщать, анализировать.

Статистическая информация представляет собой совокупность сведений социального и экономического характера, на основе которых осуществляются такие функции, как учет и контроль, планирование, статистический анализ и управление.

Источниками статистической информации в настоящее время являются органы государственной статистики, предприятия и организации, специализированные организации и так далее.

Информация, в первую очередь, должна быть подвергнута критической оценке, что является основным из этапов прогнозирования и обеспечивает объективность, достоверность и научную обоснованность заключений и выводов.

Под *критической оценкой* информационного материала следует понимать полноту, качество и достоверность его соответствия целям и задачам исследования.

Надежность выводов и заключений по анализу статистических данных обеспечивается минимизацией, в исходной информации, пробелов, неточностей, несопоставимости, неопределенности и так далее.

Развитие новых организационно-правовых форм во всех сферах общественной жизни, наличие коммерческой тайны и так далее увеличивает вероятность получения преднамеренно искаженных фактов, затушевывающих результаты производственно-хозяйственной деятельности фирм, банков и других структур.

Внимательное отношение к статистическим данным позволит отобрать совокупность данных, которая может служить прочным фундаментом фактов.

Качественная однородность, достоверность, объективность и точность информации, подвергаемая статистическому анализу, может быть обеспечена, в первую очередь, надежностью схемы порядка сбора данных, которая должна реализовываться в следующей последовательности и содержать в себе полную и максимально точную характеристику:

- 1) источника информации;
- 2) программы сбора данных;
- 3) способа сбора данных;
- 4) содержания инструкции по проведению наблюдения;
- 5) контрольных мероприятий за качеством собираемого материала в процессе наблюдения;
- 6) временного аспекта сбора данных;
- 7) степени репрезентативности данных (в случае не сплошного наблюдения).

Наряду с важностью соблюдения порядка собирания данных, существенным является интуитивно-логический анализ, включающий в себя рассмотрение, в каждом конкретном случае, экономического содержания того или иного показателя, методологии и порядка его определения и так далее.

Только после того, как определено содержание статистического материала, охарактеризованы его позитивные и нега-

тивные стороны, можно приступать к статистическому анализу, который, в свою очередь, осуществляется посредством сравнений и сопоставлений.

Большое значение уделяется прямому исследованию рынка, анализу его состояния, конъюнктуры, что в свою очередь предполагает организацию специальных обследований, обеспечение рационального сочетания различных видов статистического наблюдения, многоцелевое использование полученных результатов на основе постоянной актуализации статистических показателей с целью отражения новых процессов, тенденций и получения «моментального снимка» рынка.

Основная роль отводится качественному и количественному анализу.

Количественные исследования предполагают анализ сегментов рынка выборочным методом, когда определяются потенциальный заказчик продукции и факторы, влияющие на принятие решения по заключению договоров-контрактов.

Качественный анализ призван изучать мотивы, мнения и представления клиентуры.

Организация учета должна быть нацелена на получение информации о многих сторонах хозяйственной деятельности, в том числе о материально-техническом снабжении, о финансовых результатах и так далее.

В то же время рынок, рыночные отношения требуют учета влияния специфических факторов положения предприятий, таких, как: общее положение предприятия на рынке, конкурентоспособность, репутация и престиж предприятия и так далее.

Таким образом, рынок диктует создание новых форм получения статистической информации: отчеты фирм, отчеты представителей, отчеты аудиторов, балансы предприятий и так далее. Такого рода исходная информация частично имеется на предприятиях, в организациях (годовые отчеты, результаты единовременных обследований и так далее).

Аналогичную информацию можно получить и из других источников: торговых палат, ассоциаций и союзов предпринимателей, фондов, бирж и так далее.

Анализ количественного и качественного состояния предприятий и других экономических структур в новых условиях хозяйствования, в аспекте современных форм получения статистической информации, предполагает определенное сокращение отчетности, документооборота с целью достижения однократного получения первичных данных для последовательного многократного использования в различных целях.

В условиях перехода к рынку, многообразия форм собственности, целесообразно расширить практику проведения выборочных обследований с учетом использования статистических методов и, по мере необходимости, с учетом материальных и финансовых возможностей переходить от регулярной статистической отчетности и сплошных единовременных учетов к целевым выборочным обследованиям с целью установления оптимального соотношения объема собираемой статистической информации и эффективного, комплексного ее использования.

Развитие рыночных отношений выдвигает на первый план задачу создания интегрированных систем статистического наблюдения. Эти системы должны обеспечить оптимальное сочетание различных видов статистического наблюдения, многократное и многоцелевое использование информационных банков данных, расширение использования электронно-вычислительных средств в процессе сбора и обработки статистической информации.

Необходимой предпосылкой успешной деятельности экономических структур в условиях становления и развития рыночных отношений, является широкий охват поставщиков и потребителей статистической информации, позволяющей учитывать происходящие изменения во внешней среде, действия конкурентов, особенности различных рынков и так далее.

Необходимо анализировать потребности в информации, осуществлять ее классификацию и систематизацию, формировать гибкие интегрированные банки данных с учетом внутренних и внешних структурных изменений, происходящих в экономике.

В условиях рынка наиболее актуальной является проблема соединения информации и ресурсов.

Информация, которая в определенном сочетании с ресурсами могла бы быть использована для развития производственно-хозяйственной деятельности, увеличения прибыльности и рентабельности предприятий, бывает недоступна обладателям данных ресурсов.

В условиях рыночной экономики приемлем путь «купли-продажи» информации и, таким образом, уместно говорить о рынке информации как равноправном, наряду с рынком средств производства, рабочей силы и так далее.

В данном случае возможны два пути: обладатель информации может выступать в качестве покупателя средств производства, которые могут использоваться в сочетании с данной информацией с целью получения наибольшей прибыли.

Обладатель информации может выступать также в качестве продавца информации. Но такая реализация бывает весьма дорогостоящей, сложной, а в некоторых случаях и невозможной.

Необходимо учитывать и тот факт, что при передаче информации возможна ее утечка, что значительно снижает ее ценность.

Количество информации, передаваемое потенциальному потребителю, во многом зависит от конкурентных позиций фирмы-производителя, степени распространения коммерческой тайны.

Важным фактором, рассматриваемым при анализе особенностей отрасли, является количество и четкость контактов между фирмами-конкурентами. Отрасли могут характеризоваться открытостью контактов и отсутствием двусмысленной информации. И наоборот, отрасль может быть закрыта в информационном плане или даже представлять информацию, призванную ввести конкурентов в заблуждение.

Открытость контактов и обмен информацией увеличивают количество доступных сведений о деятельности фирм и облегчают процесс реализации продукции. Четкость контактов увеличивает количество достоверной информации.

Рынок предполагает, что некоторые аспекты экономики в целом, например, экономические кризисы, забастовки и так далее, не поддаются планированию. Их реакцию на развитие рынка нельзя предугадать. Возникает проблема неполноты информации.

В качестве причин возникновения проблемы неполноты информации, можно выделить следующие:

- 1) аномальные процессы в экономике;
- 2) многообразие форм собственности;
- 3) несоответствие современных форм статистической отчетности условиям рыночной экономики;
- 4) разрыв договорных обязательств по предоставлению статистической информации;
- 5) неточности, проистекающие из-за приблизительности методов оценки данных;
- 6) технические ошибки.

Ряд ученых на Западе в качестве важной причины неполноты информации выдвигают тезис о существовании так называемой «организованной» неполноты информации.

Ряд фирм считают нецелесообразным утаивать какую-либо информацию, так как действует ветвь коммерческой тайны. Зачастую более выгодно работать с неполной информацией, чем получать крайне дорогостоящую, практически полную информацию. К этой же группе можно отнести и неполноту информации, обусловленную экономической ограниченностью средств по обработке информации.

На практике при проведении конкретного статистического анализа проблема неполноты информации может решаться с помощью различных методов.

При анализе статистических совокупностей, когда для построения адекватных моделей недостаточен объем совокупности, прибегают к искусственному увеличению числа наблюдений, используя метод «заводо-год» («заводо-лет»).

Сущность данного метода заключается в том, что при небольшом числе исследуемых объектов, по наиболее характерным объектам используют наблюдения за ряд лет. Этот метод, хотя и увеличивает число наблюдений, тем не менее

значительно усложняет сам анализ, например, в аспекте построения модели взаимосвязи вида:

$$\bar{y}_{1,2,\dots,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$$

Применение метода «заводо-год» приводит к появлению авторегрессии и значительно усложняет последующие расчеты.

Достичь соответствия количества и качества статистической информации требованиям данного этапа экономического развития, устранить ее дублирование, комплексно анализировать развитие экономики страны на основе применения макроэкономических, отраслевых и региональных статистических моделей, возможно лишь при соблюдении определенных требований к информационной базе:

1. Точность, полнота и представительность всех типов и групп.
2. Соответствие задачам проводимого исследования, то есть пригодность для реализации конкретных целей изучения, ограниченного во времени и пространстве объекта.

Одна и та же информация адекватна для решения одних задач и неадекватна для других.

3. Достоверность – степень соответствия статистической информации отображаемой ею действительности.

4. Оперативность информации.

Использование устаревшей информации о составе, структуре, основных характеристиках объекта, ведет к ошибкам в результатах исследования.

Чем больше период, отделяющий время применения данных о единицах генеральной совокупности от времени, на которое эти данные составлялись, тем меньше вероятность получить достоверную характеристику состояния изучаемого объекта.

5. Удобство работы с исходной информацией. Оно предполагает возможность быстро получить сведения о единицах генеральной совокупности, идентифицировать их, систематизировать.

6. Объектность.

7. Реальность исходной информации, так как она отражает различные стороны проявления процессов действительности, когда последние вовлекаются в сферу познания человека.

8. Систематичность сбора и обработки информации.

9. Научный подход к информации.

Масштабность и сложность подготовки, организации и проведения массовых наблюдений, требуют их научной организации на основе общенаучных методов познания действительности и общих положений статистики как науки.

10. Адекватность информации сущности и характеру изучаемых социально-экономических явлений.

Кроме статистической информации, исследователь должен использовать другие виды информации, основными из которых являются:

– бухгалтерская – сплошная, непрерывная регистрация наличия и движения всех материальных и финансовых средств организации;

– оперативно-техническая – совокупность зарегистрированных отдельных событий и фактов непосредственно в момент их совершения. Отражает технологическое состояние объекта на тот или иной момент времени.

– социологическая информация, для которой характерно сильное влияние субъективного фактора, необходимость учета классовых, групповых, социальных интересов, мотивов и так далее.

Таким образом, создание рынка предполагает появление новых субъектов экономической деятельности, основная задача которых заключается в полном использовании всех видов информации, сосредоточении и обобщении «разрозненных кусков» противоречивой информации с целью проведения комплексного экономико-статистического анализа производственно-хозяйственной деятельности предприятий в условиях многообразия форм собственности и представления развернутой картины происходящих в них процессов и существующих тенденций.

Характер и глубина изменений статистической информации обуславливаются реальными социально-экономическими процессами, развитием производительных сил общества и условиями рыночной экономики.

1.5. Априорный анализ и его роль в статистическом моделировании

Оценка эффективности и деловой активности субъектов экономического процесса и состояния социальной инфраструктуры общества во многом зависит от качества статистического анализа эмпирического материала, от того, насколько точно будут выявлены и научно обоснованы закономерности и тенденции развития.

Основные трудности, связанные с применением количественных математико-статистических методов, заключаются в том, что они достаточно нейтральны к исследуемым социально-экономическим процессам.

Поэтому основным этапом проведения статистического исследования на информационной базе, характеризующей реальные социально-экономические явления, является критическая оценка исходных данных с точки зрения их достоверности и научной обоснованности, которая в статистическом моделировании реализуется методами априорного анализа, включающего в себя:

- выявление экономически обоснованных и существенных причинно-следственных связей между признаками и явлениями;
- оценку однородности исследуемой совокупности;
- анализ характера распределения совокупности по изучаемым признакам.

Понятия и категории, используемые при проведении анализа статистическими методами, должны быть точно определены.

Необходимо четко определить, к какому моменту или периоду времени относится исследуемое явление или процесс.

Одной из основополагающих предпосылок проведения научно-обоснованного статистического анализа, адекватно отражающего причинно-следственные связи и зависимости, тенденции развития реальных явлений и процессов в динамике, является однородность статистической совокупности.

Анализ однородности статистической совокупности целесообразно проводить в следующей последовательности:

- определение степени однородности всей совокупности по одному или нескольким существенным признакам;
- определение и анализ аномальных наблюдений;
- выбор оптимального варианта выделения однородных совокупностей.

В статистической теории и практике разработаны различные подходы к оценке степени однородности.

Проблемой оценки однородности совокупности занимались такие известные ученые, как Ю. Аболенцев, Г. Кильдишев, В. Овсиенко и другие.

Наиболее сложным и дискуссионным является вопрос о способах и критериях выделения однородных групп объектов в пределах исходной совокупности.

Важной предпосылкой получения научно-обоснованных результатов статистического анализа и моделирования является проверка гипотезы о близости распределения эмпирических данных нормальному закону. Для нормального закона распределения характерно:

$$\bar{X} \approx M_0 \approx M_e ; A_s = 0; E_x = 0$$

Одним из недостатков данного подхода к оценке характера распределения является наличие субъективности в анализе достаточности величины отклонения \bar{X} от M_e и M_0 от M_e для подтверждения гипотезы.

Любая исследуемая совокупность, наряду со значениями признаков, сложившихся под влиянием факторов, непосредственно характерных для анализируемого объекта, может содержать и значения признаков, полученных под воздействием иных факторов, не характерных для изучаемого объекта.

Такие значения резко выделяются и, следовательно, использование методологии статистического анализа без изучения аномальных наблюдений приводит к серьезным ошибкам. Резко выделяющиеся из общей совокупности наблюдения требуют их изучения.

Причины появления в совокупности аномальных наблюдений можно условно подразделить следующим образом:

- I. внешние, возникающие в результате технических ошибок;
- II. внутренние, объективно существующие.

Аномальные наблюдения представляют интерес для исследователя, так как могут содержать, за счет влияния особых неучтенных факторов, особую информацию.

На практике, в зависимости от условий места и времени, влияние одних факторов в каждый конкретный исследуемый момент или промежуток времени значительно, чем других.

Выбор того или иного метода выявления и анализа аномальных наблюдений определяется объемом совокупности, характером исследуемых процессов и задач (одномерные и многомерные).

При реализации одномерных задач как при анализе динамической, так и при анализе статической информации, наиболее широкое применение получил метод выявления аномальных наблюдений, основанный на определении q – статистики:

$$q_t = \frac{y_t - \bar{y}}{\sigma_y} \quad (1.1)$$

где:

y_t – отдельные уровни ряда;

\bar{y} – средний уровень ряда;

σ_y – среднеквадратическое отклонение эмпирических значений уровней ряда от их среднего уровня.

Если для расчетного значения выполняется неравенство:

$$q_t \geq q_{кр} (p) \quad (1.2)$$

с заранее заданным уровнем вероятности, то данное наблюдение считается аномальным и, после логико-экономического анализа причин ошибок аномальности, подлежит замене скорректированным значением (в случае ошибки «I») и не подлежат корректировке (в случае ошибки «II»).

Корректировка осуществляется по схеме:

1. Рассчитывается новое значение уровня ряда:

$$y_t^{(1)} = q_{кр} (p) \sigma_y + \bar{y}. \quad (1.3)$$

2. y_{t_1} заменяется в ряду на $y_t^{(1)}$.
3. Определяются новые характеристики ряда с $y_t^{(1)}$: $\bar{y}^{(1)}$ и $\sigma_y^{(1)}$.
4. Рассчитывается следующее значение:

$$y_t^{(2)} = \mathbf{q}_{кр}(\mathbf{p})\sigma_y^{(1)} + \bar{y}^{(1)}. \quad (1.4)$$

5. Проверяется аномальность значения $y_t^{(1)}$:

$$|y_t^{(1)} - y_t^{(2)}| \leq \varepsilon, \quad (1.5)$$

где:

ε – заданный уровень точности определения $y_t^{(k)}$.

Если данное условие выполняется, то значение $y_t^{(1)}$ является скорректированным, не аномальным значением, занимает место y_{t_1} в ряду и анализу подвергается y_{t_2} .

Если условие не выполняется, то рекомендуется рассчитать $y_t^{(2)}$ и проверить на аномальность.

Процесс корректировки носит итерационный характер.

В рядах динамики наибольшее распространение получил метод Ирвина, основанный на определении λ – статистики. При его использовании выявление аномальных наблюдений производится по формуле:

$$\lambda_i = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y} \quad (1.6)$$

Если расчетное значение превысит уровень критического (с заданным уровнем точности и числом наблюдений) (таблица 1.1), то расчетное значение признается аномальным.

Схема реализации данного метода аналогична предыдущей с той лишь разницей, что \bar{y} заменяется на y_{t-1} (предыдущее значение уровня ряда).

Способ, основанный на расчете \mathbf{q} – статистики применим для относительно стационарных рядов, так как при использовании для анализа динамических рядов, имеющих ярко выраженную тенденцию, он приведет к ошибкам.

Более корректным является использование статистики, в которой определяются отклонения от теоретических значений, полученных по уравнению тренда ($\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$):

$$q_t = \frac{|y_t - \bar{y}_t|}{\sigma_y} \quad (1.7)$$

В общем виде, схему градации статистических методов выявления аномальности в исходных данных можно представить следующим образом (схема 1.1).

Таблица 1.1

Табулированные значения λ_t

Число наблюдений	$\lambda_{кр}$	
	0,95	0,99
2	2,8	3,7
3	2,2	2,9
10	1,5	2,0
20	1,3	1,8
30	1,3	1,7
50	1,1	1,6
100	1,0	1,5

Важной задачей статистических исследований на этапе априорного анализа является выделение однородных групп (даже аномальных). В данном случае эффективно применить в анализе комбинационные группировки с развернутым сказуемым.

Всесторонний качественный анализ исходных данных является залогом проведения научно-обоснованного экономико-статистического анализа социально-экономических явлений и процессов.

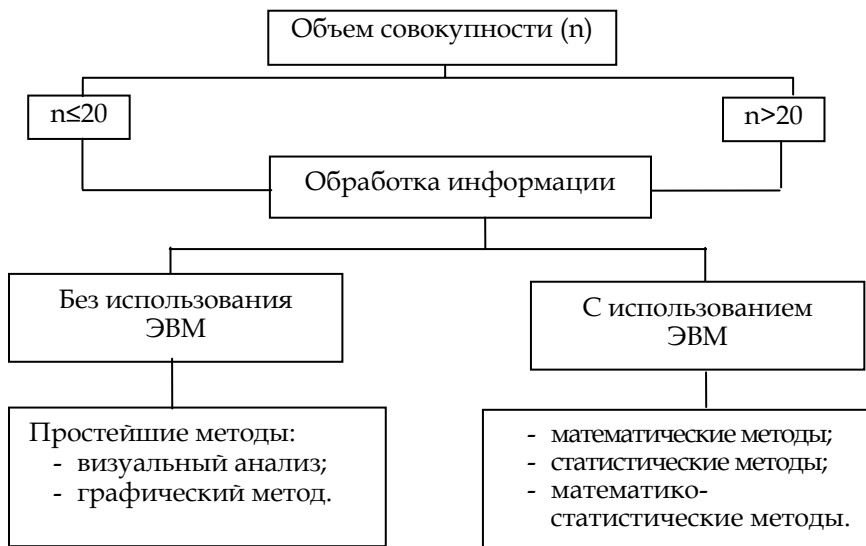


Схема 1.1. Методы анализа аномальных наблюдений

Раздел II.

Моделирование динамики социально-экономических явлений и процессов

2.1. Временные ряды, их характеристики и задачи анализа. Требования к исходной информации

Одна из важнейших задач статистики заключается в исследовании процесса изменения и развития изучаемых социально-экономических явлений во времени, решаемая с помощью построения временных рядов.

Временным рядом (динамическим рядом, английский термин «Time series») называется ряд расположенных в хронологической последовательности значений статистического показателя, характеризующего изменение социально-экономического явления во времени. В нем процесс экономического развития изображается в виде совокупности прерывов непрерывного, позволяющих детально проанализировать особенности развития при помощи характеристик, отображающих изменение параметров экономической системы во времени. Фактор времени здесь приобретает решающее значение.

Процесс изменения социально-экономических явлений во времени заключается в том, что происходит изменение воздействия на это развитие многих факторов социального, экономического, технологического и любого другого процесса, а фактор времени аккумулирует их влияние. Возьмем хотя бы экономические факторы. С течением времени они изменяются под влиянием внутренних причин экономического развития вообще, но с внешней стороны это развитие выглядит как развитие во времени. Всякий временной ряд включает два обязательных элемента: время (t) и конкретное значение показателя, или уровень ряда (y_i).

Анализ временных рядов дает возможность проследить развитие явления, показать его основные тенденции. Выбор соответствующих приемов и способов анализа зависит от задач исследования и определяется характером исходных данных. Поэтому, приступая к анализу временных рядов, важно правильно их классифицировать (таблица 2.1).

Таблица 2.1

Классификация временных рядов

Признак классификации	Виды временного ряда
1. В зависимости от вида показателя	1. Абсолютных величин 2. Относительны величин 3. Средних величин
2. В зависимости от того, как уровни выражают состояния явлений во времени	1. Интервальные ряды 2. Моментные ряды
3. В зависимости от расстояния между уровнями	1. С равностоящими уровнями по времени 2. С не равностоящими уровнями по времени
4. В зависимости от наличия основной тенденции изучаемого процесса	1. Стационарные ряды 2. Нестационарные ряды

Интервальные временные ряды представляются последовательностью значений уровней по показателю за определенный интервал времени (год, квартал, месяц и т.д.). Примером интервального ряда абсолютных величин является временной ряд, показывающий данные о выданных кредитах населению области 2006 г.:

Месяц	апрель	май	июнь	июль	август
Краткосрочные кредиты, тыс. руб.	113	118	123	127	129

Моментные ряды представляются в виде последовательности значений уровней по показателю, относящихся к конкретным моментам времени (на 1 января, на 1 июля и т. д.).

Примером моментного ряда абсолютных величин может служить временной ряд, характеризующий данные об остатках задолженности предприятия по кредиту:

На начало месяца 2006 г.	01.01.	01.02.	01.03.	01.04.	01.05.	01.06.
Остатки задолженности предприятия по кредиту, тыс. руб.	150	130	140	120	135	110

Из различного характера интервальных и моментных рядов вытекают некоторые особенности уровней соответствующих рядов.

Так, отдельные уровни моментного временного ряда абсолютных величин содержат элементы повторного счета, то есть в каждом последующем уровне содержится полностью или частично значение предыдущего уровня. Все это делает бессмысленным суммирование значений уровней моментного ряда.

Значения же уровней абсолютных интервальных временных рядов, в отличие от уровней моментного ряда, не содержатся в предыдущих и последующих значениях уровней, их можно просуммировать, что позволяет получать ряды более **укрупненных периодов**, или ряды с **нарастающими итогами**, которые получают путем последовательного суммирования смежных уровней.

Эта особенность определяет способы расчета их средних уровней. Для интервальных рядов применяется средняя арифметическая простая и взвешенная. В моментных рядах с равностоящими уровнями – средняя хронологическая. Если интервалы времени в моментном ряду неравные, то предварительно вычисляется средняя за каждый период как полусумма уровней ряда на начало и конец периода. Из полученных результатов рассчитывается средняя взвешенная, где весами служит продолжительность каждого периода.

По расстоянию между уровнями временные ряды подразделяются на ряды с **равностоящими** и не равностоящими уровнями по времени. Например, ранее приведенные данные

об остатках задолженности предприятия по кредиту и данные о выданных кредитах населению области представляют собой временные ряды с **равностоящими уровнями**, то есть уровни представлены через равные, следующие друг за другом интервалы (моменты) времени.

Если же во временных рядах прерывающиеся или неравномерные интервалы (моменты) времени, то такие ряды называются **не равностоящими**.

Временные ряды подразделяются на стационарные и нестационарные. Случайные процессы, протекающие во времени приблизительно однородно и имеющие вид непрерывных случайных колебаний вокруг некоторого среднего значения, причем ни средняя амплитуда, ни характеристика этих колебаний не обнаруживают существенных изменений с течением времени в математической статистике называются **стационарными**. Всякий стационарный процесс можно рассматривать как процесс, неопределенно долго продолжающийся во времени. В связи с этим при проведении исследования в качестве начала отсчета можно выбрать любой момент времени. При этом на любом интервале времени должны быть получены одни и те же характеристики.

В экономической практике в большинстве случаев приходится иметь дело со случайными процессами, имеющими вполне определенную тенденцию развития во времени. Такие процессы называются **нестационарными**, и временные ряды также называются **нестационарными**. Характеристики нестационарного случайного процесса меняются во времени, то есть зависят от начала отсчета.

Особенностью экономического развития является тот факт, что случайные процессы в экономике как бы разбиваются на некоторую систематическую составляющую и случайные отклонения от нее.

Применение методов теории случайных процессов для анализа экономических временных рядов в значительной мере связано с проблемой исследования случайной составляющей, ее сравнения с другими случайными величинами, обладающими известными свойствами, и вычисления статистиче-

ских характеристик случайной компоненты. Это объясняется тем, что при краткосрочном и в определенной мере при среднесрочном прогнозировании результаты прогнозов тесно связаны со случайной составляющей, в то время как при долгосрочном прогнозировании основное значение имеет определение тенденции и взаимосвязи между факторами.

Выбор вида временного ряда определяется целями анализа.

Временные ряды могут быть изображены графически. Графическое изображение позволяет наглядно представить развитие явлений во времени и способствует проведению анализа уровней. Наиболее распространенным видом графического изображения для аналитических целей является **линейная диаграмма**, которая строится в прямоугольной системе координат. Наряду с линейной диаграммой для графического изображения временных рядов в целях популяризации широко используются столбиковые, секторные и другие виды диаграмм.

Временные ряды охватывают отдельные обособленные периоды времени, в течение которых могут происходить изменения, вызывающие несопоставимость уровня ряда. Это делает временные ряды непригодными для анализа (несопоставимость уровней). К несопоставимости приводит изменение состава изучаемой совокупности, переход к другим единицам измерения, изменение методологии учета и расчета показателей, инфляционные процессы и т. п. Несопоставимыми временные ряды являются и в том случае, когда они составлены из неодинаковых по продолжительности периодов времени. Это относится, прежде всего, к рядам внутригодовой динамики с квартальными и месячными уровнями. При обнаружении несопоставимости уровней ряда должна применяться процедура **смыкания рядов**. Смыкание может быть произведено двумя способами.

Первый способ заключается в том, что данные за предыдущие периоды умножаются на коэффициент перевода, равный отношению показателей на этот момент времени, когда произошло изменение условий формирования уровней ряда. Например, в современных условиях переоценка основных производственных фондов происходит ежегодно, и, следовательно, во

временном ряду каждый год становится переходным, что постоянно требует расчета коэффициента перевода.

Второй способ – уровень переходного периода принимается для 2-ой части ряда за 100%, и от этого уровня определяются соответствующие показатели (вперед или назад). При этом получается сопоставимый ряд относительных величин.

Кроме того, анализ временных рядов должен также начинаться с выявления и устранения **аномальных** (нехарактерных) значений уровней ряда. Обычно аномальные значения можно обнаружить визуально, при помощи графического представления временных рядов, но, прежде чем «подправить» обнаруженные таким образом значения ряда, их необходимо подвергнуть дальнейшему количественному и качественному анализу.

Нехарактерные уровни во временном ряду можно подразделить на три группы:

- значения, отражающие объективное развитие процесса, но сильно отличающиеся от общей тенденции, так как они проявляют свои экстремальные воздействия крайне редко;

- значения, возникающие вследствие изменений методики расчета;

- значения, возникающие вследствие ошибок при измерении показателя, при записи и передаче информации, а также значения, связанные с различными катастрофическими явлениями, не влияющими на дальнейший ход развития явления, агрегировании и дезагрегировании показателей и т. д.

Аномальные значения первой группы не всегда должны исключаться из временного ряда и могут даже оказаться полезными на этапе исследования причинно-следственного механизма развития явления. Наличие нехарактерных пиковых значений для одного и того же момента времени в различных временных рядах свидетельствует, как правило, о причинных связях между соответствующими показателями.

Нехарактерные значения второй группы не должны исключаться из рассмотрения, а приниматься за «поворотные» (пороговые), начиная с которых должны быть пересчитаны по новой методике все предыдущие значения временного ряда.

Аномальные значения третьей группы должны быть исключены из рассмотрения в любом случае, так как они искажают представление о характере развития явления и могут оказать существенное влияние на выводы, полученные в результате анализа ряда, содержащего такую искаженную информацию. Для выявления и замены аномальных значений третьей группы существует ряд аналитических методов, но большинство из них разрабатывалось для статистических совокупностей, содержащих независимые и случайные наблюдения, что не является справедливым для экономической временных рядов. Методика выявления аномальных наблюдений подробно приведена в п. 1.5.

После приведения временных рядов к сопоставимому виду и выявления аномальных наблюдений, необходимо выявить закономерности динамики исследуемых явлений, так как это является главной целью при статистическом анализе социально-экономических явлений. Закономерности могут быть выявлены с помощью аналитических показателей, группировка которых представлена на схеме 2.1, то есть анализа абсолютной скорости и интенсивности развития социально-экономических явлений. Методология расчета этих показателей подробно дана в учебной литературе по общей теории статистики.

В первую группу входят абсолютные показатели. Они характеризуют абсолютную скорость развития явления.

Абсолютный прирост показывает величину абсолютных изменений уровня ряда в данном периоде по сравнению с предыдущем (цепной) или по сравнению с каким-то определенным периодом в прошлом (базисный).

Абсолютное ускорение позволяет увидеть, насколько данная скорость (абсолютный прирост) больше или меньше предыдущей.

Абсолютное значение одного процента прироста служит косвенной мерой базисного уровня и показывает, какая абсолютная величина скрывается за относительным показателем «один процент прироста».

Вторую группу составляют относительные показатели, характеризующие интенсивность развития явлений.

Если сравнение производится с постоянной базой (обычно это первый уровень ряда), то получают базисные темпы роста. Если сравнивается каждый последующий уровень с предыдущим, рассчитываются цепные темпы роста.

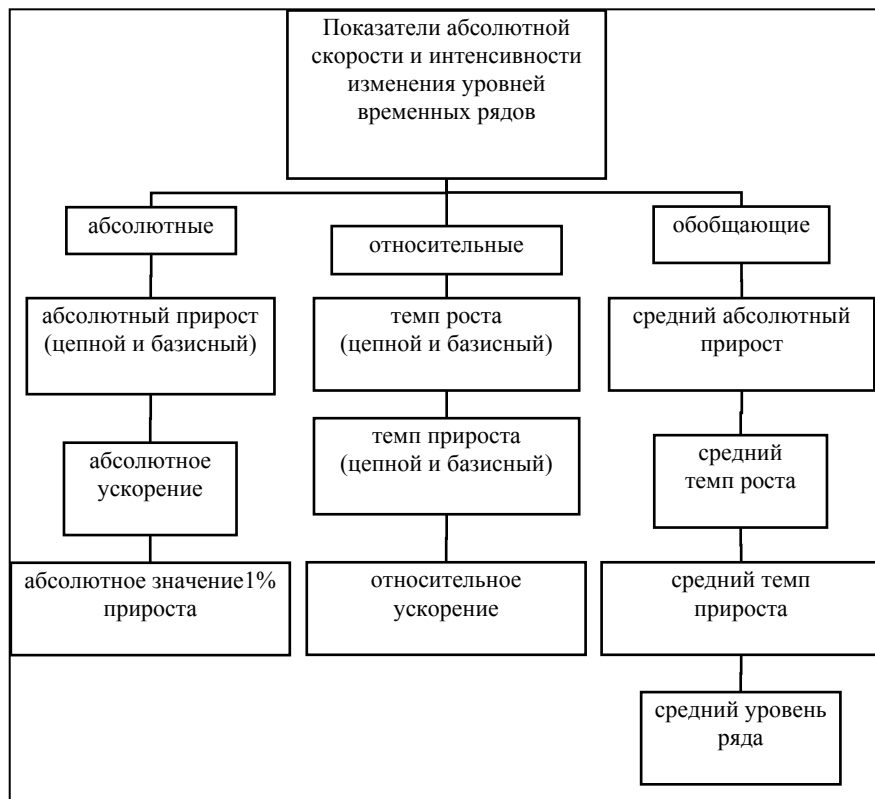


Схема 2.1. Аналитические показатели, характеризующие скорость и интенсивность измерения уровней временного ряда.

Темп роста показывает, во сколько раз произошло изменение уровня ряда, поэтому он может быть равен нулю, если уровень ряда не изменился.

Относительное ускорение есть темпы прироста абсолютного прироста, а значит, он показывает на какую величину

(в процентах) изменилась скорость изменения уровней ряда. Он вычисляется лишь в том случае, если абсолютный прирост, принятый за базу сравнения, является положительной величиной.

Наконец третья группа включает обобщающие показатели, которые характеризуют среднюю величину скорости или интенсивности развития явления за продолжительный период (например, год или несколько лет и т. д.).

Средний абсолютный прирост представляет собой обобщающий показатель абсолютной скорости изменения уровня ряда во времени. Этот показатель дает возможность установить, на сколько в среднем за единицу времени должен увеличиться (уменьшиться) уровень ряда, чтобы ряд от начального уровня за данное число периодов достиг конечного уровня.

Сводной характеристикой интенсивности изменения уровней ряда служат средний темп роста и средний темп прироста. Средний темп роста показывает, во сколько раз в среднем за единицу времени изменился уровень временного ряда. Необходимость исчисления среднего темпа роста возникает вследствие колеблемости темпов роста от периода к периоду.

Средний уровень ряда является обобщающей характеристикой его абсолютных уровней.

Исчерпывающий анализ уровня ряда и его динамики требует параллельного использования всех приведенных выше показателей. Анализ, основанный на использовании какого-либо одного из них, будет иметь односторонний характер и может привести к ошибочным выводам.

Однако выявление закономерностей динамики социально-экономических явлений состоит не только в определении скорости и интенсивности развития, но имеет и другие цели:

- Характеристика основной тенденции развития явлений, позволяющая представить их изменение во времени в виде некоторой модели.
- Анализ систематической и случайной компонент, образующих уровни временного ряда.
- Применение методов анализа временных рядов для целей прогнозирования и интерполяции.

- Моделирование и прогнозирование сезонных колебаний.
- Проведение сравнительного анализа развития отдельных территориальных образований и стран.
- Анализ структурных сдвигов.
- Проведение анализа взаимосвязей, возникающих в процессе развития социально-экономических явлений.

2.2. Основные особенности статистического анализа одномерных временных рядов по компонентам ряда

Основной задачей, решаемой при проведении любого статистического исследования, является определение объективных закономерностей развития социально-экономических явлений и процессов на основе анализа динамической информации.

Статистические модели, построенные на основе временных рядов социально-экономических показателей, позволяют применять математико-статистические методы для описания закономерностей развития объектов экономики как в прошлом, так и в будущем.

Используемые для целей и задач прогнозирования временные ряды экономических показателей обладают целым рядом особенностей.

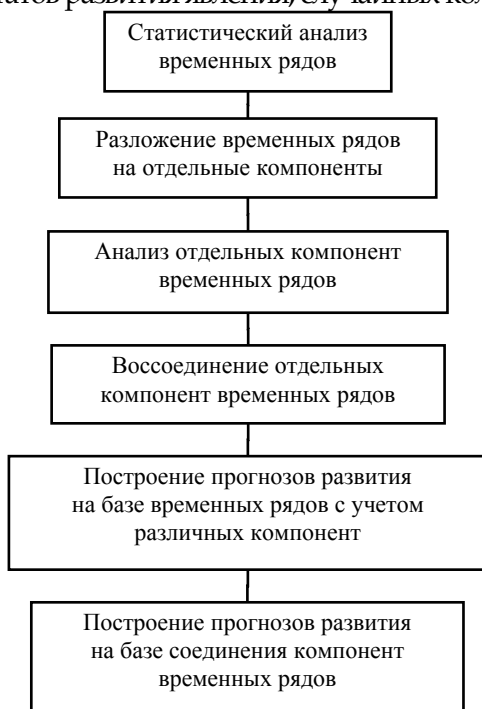
Временной ряд есть последовательность, в которой каждое значение содержит в себе прошлое для последующих состояний. Любая попытка предвидеть будущее без исследования динамических рядов прошлого является малообоснованной, ненаучной и ошибочной. Поэтому для получения достаточно точных и надежных прогнозов, необходимо подробно изучить настоящее состояние явления или процесса.

Всю процедуру статистического анализа одномерных временных рядов целесообразно разделить на пять стадий, которые представлены на схеме 2.2.

Исследование скорости и интенсивности развития временных рядов часто не позволяет сразу определить основную тенденцию поступательного движения изучаемого явления.

Это зависит от того, что уровни временного ряда со временем меняются, колеблются, но эта колеблемость не одинакова и может быть вызвана следующими причинами:

- влиянием общих факторов, определяющих главное направление, основную тенденцию развития явления;
- влиянием факторов общего характера, действующих периодически, сезонных колебаний и т.д.;
- влиянием специфических факторов, каждый из которых действует в разных направлениях, и их действие несущественно с точки зрения результатов развития явления, случайных колебаний.



**Схема 2.2. Схема статистического анализа
одномерных временных рядов**

Тип связи между компонентами временного ряда можно определить по нормальному распределению отклонений эм-

пирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по уравнению тренда.

В случае нормальности распределения абсолютных отклонений связь является аддитивной, а относительных – мультипликативной.

Основные компоненты могут воздействовать на величину уровней временного ряда по-разному:

- если факторы, образующие эти компоненты, мультипликативные, то значения уровней временных рядов являются произведением этих компонент:

$$\bar{y}_t = T \cdot C \cdot \varepsilon; \quad (2.1)$$

- если факторы аддитивные, то значения уровней временных рядов являются суммой компонент:

$$\bar{y}_t = T + C + \varepsilon; \quad (2.2)$$

- если факторы временного ряда выражены комбинированно, то значения уровней являются или произведением, или суммой компонент:

$$\bar{y}_t = T \cdot C + \varepsilon, \quad (2.3)$$

где:

T – тенденция;

C – сезонный компонент;

ε – случайный компонент.

Все компоненты временного ряда взаимосвязаны между собой и являются теоретическими понятиями. С этой точки зрения разделение временных рядов на компоненты – это теоретическая абстракция, так как данное разделение является чисто математической процедурой и осуществляется на базе статистических методов. Но, несмотря на условность такого расчленения фактических уровней рядов, такой прием может оказаться довольно полезным для решения разных проблем анализа и прогнозирования на базе временных рядов.

По поводу расчленения временных рядов на компоненты известный русский ученый Четвериков Н.С. отмечал, что «расчленению подвергается динамика, а не само явление, участвующее не раздельно во всем сложном движении».

Тип связи между компонентами можно также определить по динамике отклонений эмпирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по уравнению тренда. Если абсолютные отклонения имеют тенденцию к росту, а относительные варьируют приблизительно на одинаковом уровне, то это свидетельствует о мультипликативной связи тренда и сезонного компонента.

На практике выделить компоненты сложно, так как отдельные последующие значения временных рядов зависят от предыдущих. Поэтому неверно допускать, что факторы, влияющие на колебания уровней, независимы. Кроме того, статистическая совокупность, изучаемая в течение длительного периода, перестает быть такой же самой совокупностью, так как могут измениться основные факторы, влияющие на ее формирование.

На первой стадии анализа для разложения рядов на составные компоненты и устранения влияния систематических компонент на изменение случайного компонента можно применить различные методы определения и установления отдельных неслучайных компонент временных рядов. В частности, при выявлении основной тенденции может быть использована схема анализа, представленная на схеме 2.3.

Согласно данной схеме, прежде чем перейти к выделению основной тенденции развития явления, следует проверить гипотезу о том, существует ли она вообще. Отсутствие тенденции означает неизменность среднего уровня ряда во времени.

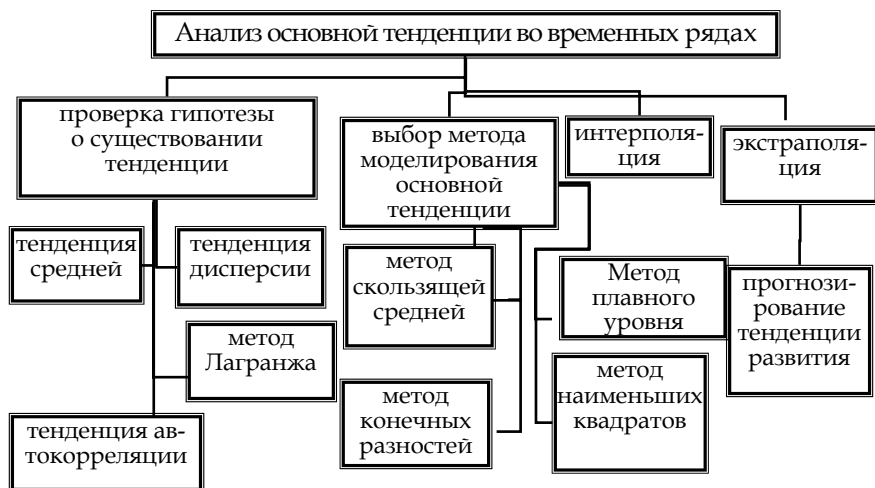


Схема 2.3. Схема статистического анализа основной тенденции во временных рядах

Экономическим явлениям свойственны элементы вероятностного характера. Наличие случайного в социально-экономических явлениях объясняется сложным переплетением параметров экономической системы, влиянием на них большого числа взаимосвязанных факторов, действующих в разных направлениях. Это ведет к вариации показателей уровней временного ряда.

Ввиду концепции о наличии вероятностных элементов в динамике процессов, уровни временного ряда могут рассматриваться как сумма детерминированного и случайного компонентов.

Детерминированный компонент выражается некоторой функцией и определяется уравнением основной тенденции или тренда.

Проявление случайного компонента оценивается с некоторой вероятностью.

Отклонения фактических уровней временного ряда от тренда рассматривается как стационарный случайный процесс.

Выявление основной тенденции развития – это один из методов анализа и обобщения временных рядов. Он позволяет выразить особенности изменения явления во времени.

Поэтому следует различать понятия:

- основная тенденция;
- тренд;
- закон развития явления.

Тренд – некоторая аналитическая функция, которая связывает единым «законом движения» все последовательные уровни временного ряда. Тренд описывает общую тенденцию на базе лишь одного фактора – фактора времени (t). Следовательно, не полностью описывает характер тенденции развития и не может рассматриваться как закон развития явления.

Закон развития явления – выражает сущность, природу явления, не поддающуюся описанию тренда.

При изучении временных рядов возникают следующие проблемы:

- временной ряд – это числовые последовательности образования уровней во времени (только в одном направлении);
- временной ряд экономических показателей, как правило, содержит долговременную или краткосрочную тенденции развития, связанные с преодолением случайных колебаний;
- временные ряды могут быть подвержены регулярным колебаниям, связанным с сезонностью, ритмичностью и другими периодическими колебаниями;
- во временных рядах может наблюдаться связь следующих с предыдущими уровнями, то есть автокорреляция;
- при анализе развития взаимосвязанных временных рядов может возникнуть отставание одних рядов от других, выражаемое на основе временного шага;
- развитие социально-экономических явлений происходит непрерывно;
- действие большого числа факторов на развитие экономического явления во временных рядах выступает в виде обобщенного действия одного фактора времени;
- инерционность развития явления, то есть определяется степень сохранения темпов развития, направления развития,

колеблемости уровня ряда. Инерционность не исключает наличие в динамике скачков;

– масштаб системы и иерархия характеристик. Чем выше масштаб системы, тем выше устойчивость и меньше колеблемость.

Использование особенностей временных рядов позволяет более точно строить по ним модель развития, отображающую процесс изменения явления во времени.

При разложении рядов динамики на отдельные компоненты следует принимать во внимание, что компоненты исходного временного ряда, по существу не наблюдаемы и являются только теоретическими величинами, абстракциями. Но несмотря на это, такой подход к разбиению фактических уровней временных рядов может оказаться довольно полезным для решения проблем анализа и прогнозирования на базе временных рядов.

Следует отметить, что уровни временного ряда не всегда являются составляющими всех трех компонентов одновременно. Единственным компонентом, который встречается во временных рядах является случайный компонент, который может быть представлен в сочетании с определенной тенденцией или с какими-то периодическими колебаниями. Чаще встречаются временные ряды, в которых можно установить тенденцию и случайный компонент, особенно при использовании годовых данных, где влияние сезонности не отражается.

Аналитически данное положение можно выразить уравнением вида:

$$\bar{y}_t = f(t) + \varepsilon(t), \quad (2.4)$$

где:

$f(t)$ – некоторая функция времени, описывающая тенденцию исходного временного ряда, называемая трендом;

$\varepsilon(t)$ – случайная величина (случайный компонент).

Функция $f(t)$ определяет общую тенденцию развития изучаемого явления. Поэтому прежде чем приступать к моделированию и прогнозированию социально-экономических явлений и процессов необходимо проверить гипотезу о наличии тенденции в исходном временном ряду.

2.3. Моделирование тенденции

Анализ и моделирование тенденции временного ряда целесообразно начинать с выявления наличия тенденции в целом. Для этой цели наиболее эффективны и дают хорошие результаты такие методы как кумулятивный Т-критерий.

Кумулятивный Т-критерий позволяет определить наличие не только самой тенденции, но и ее математического выражения – тренда.

Выдвигается основная гипотеза (H_0): об отсутствии тенденции в исходном временном ряду.

Расчетное значение критерия определяется по формуле:

$$T_p = \frac{\sum Z_n^2}{n \sigma_y^2}, \quad (2.5)$$

где:

Z_n – накопленный итог отклонений эмпирических значений уровней исходного ряда динамики от среднего его уровня;

σ_y^2 – общая сумма квадратов отклонений, определяемая по формуле:

$$\sigma_y^2 = \sum_n y_t^2 - (\bar{y})^2 \cdot n;$$

y_t – исходные значения признака;

\bar{y} – средний уровень исходного ряда динамики;

n – длина временного ряда (число уровней).

Если анализируется достаточно длинный временной ряд, то для расчета значений критерия можно использовать нормированное отклонение:

$$t_p = \frac{T_p - \left(\frac{n+1}{6}\right)}{\sqrt{(n-2) \frac{2n-1}{90}}}. \quad (2.6)$$

Расчетные значения кумулятивного T-критерия и t_p сравниваются с критическими при заданном уровне значимости α . Если расчетное значение T_p превышает критическое (табличное) значение критерия ($T_{кр}$), то гипотеза об отсутствии тенденции отвергается, следовательно в исходном временном ряду существует тенденция, описываемая трендом. В противном случае, если $T_p < T_{кр}$ или $t_p < t_{кр}$, признается отсутствие тенденции в ряду динамики.

Пример. Имеются следующие данные об объеме вложений в ценные бумаги финансовой компании за период январь – октябрь 2006 г. Необходимо выявить тенденцию в изменении данного показателя.

Промежуточные расчеты реализации кумулятивного T-критерия представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2

Промежуточные расчетные значения слагаемых кумулятивного T-критерия

Месяц	y_t	y_t^2	$y_t - \bar{y}$	Z_n	Z_n^2
Январь	78,4	6 146,56	-19,58	-19,58	383,38
Февраль	75,4	5 685,16	-22,58	-42,16	1 777,47
Март	76,1	5 791,21	-21,88	-64,04	4 101,12
Апрель	76,6	5 867,56	-21,38	-85,42	7 296,58
Май	85,1	7 242,01	-12,88	-98,30	9 662,89
Июнь	101,4	10 281,96	3,42	-94,88	9 002,21
Июль	110,6	12 232,36	12,62	-82,26	6 766,71
Август	117,9	13 900,41	19,92	-62,34	3 886,28
Сентябрь	126,2	15 926,44	28,22	-34,12	1 164,17
Октябрь	132,1	17 450,41	34,12	0,00	0,00
Итого	979,8	100 524,08	-	-	44 040,81

$$\bar{y} = \frac{78,4 + 75,4 + \dots + 132,1}{10} = \frac{979,8}{10} = 97,98;$$

$$\sigma_y^2 = 100 524,08 - (97,98)^2 \cdot 10 = 4 523,28.$$

Соответственно, подставляя в формулу полученные значения, получаем:

$$T_p = \frac{\sum Z_n^2}{\sigma_y^2} = \frac{44040,81}{4523,28} \approx 9,74$$

Так как $T_p(9,74) > T_{кр}(0,05; n=10; T_{кр} = 4,55)$, то гипотеза об отсутствии тенденции отвергается, следовательно в ряду динамики объема вложений в ценные бумаги финансовой компании тенденция существует.

Гипотезу о форме тренда также можно проверить с помощью кумулятивного Т-критерия, где:

$Z_n = \sum (y_t - \bar{y}_t)$ – накопленные суммы отклонений от тренда.

Фактическое значение T_p сравнивается с критическим для соответствующей функции $f(t)$. Критические значения табулированы (приложение 5).

Расчет статистической характеристики критерия T_p для проверки гипотезы о форме тренда рассмотрим на примере линейной функции (табл. 2.3).

Для временного ряда валового надоя молока линейная функция равна: $\bar{y}_t = 607,8 - 10,2t$. Согласно проведенным расчетам фактическое значение $T_p = 4,48$. Оно больше критического $T_{0,95}(10) = 1,48$, следовательно, линейная функция хорошо аппроксимирует тенденцию изменения валового надоя молока.

Аналогично рассчитанное значение $T_p = 0,98$ для параболы II порядка $y_t = 594,93 - 10,2t + 0,39t^2$, что заметно ниже критического значения. Это дает основание с вероятностью 95% признать, что парабола не подходит для описания тенденции валового надоя молока.

Расчет кумулятивного критерия для проверки гипотезы о линейной форме тренда

Годы	Валовой надой молока, тыс. тонн, y_t	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$	$\varepsilon_t = y_t - \bar{y}_t$	Z_n	Z_n^2	ε_t^2
1997	708	700	8	8	64	64
1998	690	679	11	19	361	121
1999	669	659	10	29	841	100
2000	632	638	-6	23	529	36
2001	599	618	-19	4	16	361
2002	586	598	-12	-8	64	144
2003	563	577	-14	-22	484	196
2004	547	557	-10	-32	1024	100
2005	545	536	9	-23	529	81
2006	539	516	23	0	0	529
Итого	6078	6078	0	-	3912	1732

Тенденция исходного ряда динамики может быть трех видов: тенденция среднего уровня, дисперсии и автокорреляции.

Тенденция среднего уровня может быть выражена с помощью графического метода. Аналитически тенденция выражается с помощью некоторой математической функции $f(t)$, вокруг которой варьируют эмпирические значения исходного временного ряда изучаемого социально-экономического явления. При этом теоретические значения, то есть значения, полученные по трендовым моделям в отдельные моменты времени, являются математическими ожиданиями временного ряда.

Тенденция дисперсии представляет собой тенденцию изменения отклонений эмпирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по уравнению тренда.

Тенденция автокорреляции выражает тенденцию изменения корреляционной связи между отдельными, последовательными уровнями временного ряда.

Проверка на наличие тенденции среднего уровня и дисперсии может быть произведена методом сравнения средних уровней временного ряда и методом Фостера-Стюарта.

Метод сравнения средних уровней временного ряда предполагает, что исходный временной ряд разбивается на две приблизительно равные части по числу членов ряда, каждая из которых рассматривается как самостоятельная, независимая выборочная совокупность, имеющая нормальное распределение. При этом решаются две задачи.

I. Если временной ряд имеет тенденцию, то средние, вычисленные для каждой совокупности в отдельности, должны существенно, значимо различаться между собой. Если же расхождение незначимо, несущественно и носит случайный характер, то временной ряд не имеет тенденции средней.

Таким образом, проверка гипотезы (H_0) о наличии тенденции в исследуемом ряду сводится к проверке гипотезы о равенстве средних двух нормально распределенных совокупностей, то есть:

$$\begin{aligned} H_0 : \bar{y}_1 &= \bar{y}_2 \\ H_1 : \bar{y}_1 &\neq \bar{y}_2 . \end{aligned} \quad (2.7)$$

Гипотеза проверяется на основе t-критерия Стьюдента, расчетное значение которого определяется по формуле:

$$t_p = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} , \quad (2.8)$$

где:

\bar{y}_1 и \bar{y}_2 – средние уровни временного ряда согласно порядка разбиения;

n_1 и n_2 – число уровней временного ряда, соответственно первой и второй части;

σ_1^2 и σ_2^2 – дисперсия первой и второй части.

Расчетное значение (t_p) критерия сравнивается с его критическим (табличным) значением ($t_{кр}$) при уровне значимости α и числе степеней свободы $v = n - 2$.

Если $t_p > t_{кр}$, то гипотеза о равенстве средних уровней двух нормально распределенных совокупностей отвергается, следовательно расхождение между вычисленными средними значимо, существенно и носит неслучайный характер, и, следовательно, во временном ряду существует тенденция средней и существует тренд.

II. Если временной ряд имеет тенденцию, то дисперсии, вычисленные для каждой совокупности в отдельности, должны существенно и значимо различаться между собой. Если же расхождение между ними не значимо, то временной ряд не имеет тенденции дисперсии. Таким образом проверяется гипотеза (H_0): об отсутствии тенденции в дисперсиях в исходном временном ряду, которая сводится к проверке гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей, то есть:

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_1^2 &= \sigma_2^2; \\ H_1: \sigma_1^2 &\neq \sigma_2^2. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Гипотеза проверяется на основе F-критерия Фишера-Снедекора, расчетное значение которого определяется по формуле:

$$\begin{aligned} F_p &= \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, \text{ если } \sigma_2^2 > \sigma_1^2 \\ \text{и } F_p &= \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \text{ если } \sigma_1^2 > \sigma_2^2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Проверка гипотезы осуществляется на основе сравнения расчетного и критического значений F-критерия, полученного при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы v_1 и v_2 .

$$\begin{aligned} \text{Если } \sigma_2^2 > \sigma_1^2, \text{ то} & \quad v_1 = n_2 - 1; \\ & \quad v_2 = n_1 - 1. \\ \text{Если } \sigma_1^2 > \sigma_2^2, \text{ то} & \quad v_1 = n_1 - 1; \\ & \quad v_2 = n_2 - 1. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Гипотеза о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей отвергается, если $F_p > F_{кр}$. Следовательно, расхождение между вычисленными дисперсиями значимо, существенно, носит неслучайный характер и в ряду динамики существует тенденция в дисперсиях и существует тренд.

Следует заметить, что данный метод дает вполне приемлемые результаты лишь в случае рядов с монотонной тенденцией. Если же ряд динамики меняет общее направление развития, то точка поворота тенденции может оказаться близкой к середине ряда, в силу этого средние двух отрезков ряда будут близки и проверка может не показать наличия тенденции.

Пример. Имеются следующие данные о числе зарегистрированных разбоев в РФ (в тыс.):

Таблица 2.4

Годы	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Число разбоев	16,5	18,5	30,4	34,2	37,9	37,7	34,6	34,3	38,5	41,1

Необходимо проверить наличие тенденции в данном ряду динамики методом сравнения средних уровней ряда динамики.

Разобьем исходный ряд динамики на 2 равные части:

- в первую войдут значения показателя с 1997 по 2001 гг.,
- во вторую — с 2002 по 2006 гг.

Рассчитаем выборочные характеристики:

$$n_1 = 5, n_2 = 5,$$

$$\bar{y}_1 = 27,5; \bar{y}_2 = 37,24$$

$$\sigma_1^2 = \overline{y_1^2} - \bar{y}_1^2 = 72,9$$

$$\sigma_2^2 = \overline{y_2^2} - \bar{y}_2^2 = 6,46$$

$$\overline{y_1^2} = 828,9; \overline{y_2^2} = 1393,28$$

Если в ряду динамики существует тенденция средней, то средние, вычисленные для двух совокупностей, должны значительно различаться между собой.

Выдвигаем гипотезу $H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2$, проверяем ее на основе t-критерия

Стьюдента:

$$t_p = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 * n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

$$t_p = \frac{27,5 - 37,24}{\sqrt{(5-1)72,69 + (5-1)6,46}} \cdot \sqrt{\frac{5 * 5(5+5-2)}{5+5}} = -2,448$$

$$t_{кр}(\alpha = 0,05, \nu = n - 2 = 8) = 2,306$$

$$|t_p| > t_{кр}$$

$$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

Следовательно гипотеза о равенстве средних двух совокупностей отвергается с вероятностью ошибки 5%, средние существенно различаются между собой, в ряду динамики числа зарегистрированных разбоев в РФ существует тенденция средней и, следовательно, в ряду динамики существует тренд.

Проверим гипотезу H_0 о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей на основе F-критерия Фишера-Снедекора:

$$F_p = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 11,25$$

$$F_{кр}(\alpha = 0,05; \nu_1 = 4; \nu_2 = 4) = 6,39$$

Так как $F_p > F_{кр}$, то гипотеза H_0 о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей отвергается с вероятностью ошибки 5%, следовательно расхождение между дисперсиями существенно, в ряду динамики числа заре-

гистрированных разбоев в РФ существует тенденция дисперсий, следовательно, в ряду динамики существует тренд.

Метод Фостера-Стюарта основан на двух характеристиках S и d .

$$S = \sum S_t,$$
$$d = \sum d_t,$$

где:

$$S_t = U_t + I_t,$$
$$d_t = U_t - I_t. \quad (2.12)$$

Суммирование производится по всем членам ряда. Значения U_t и I_t определяются путем сравнения уровней исходного ряда динамики со всеми предыдущими.

Если значение уровня ряда превышает по своей величине каждый из предыдущих уровней, то величине U_t присваивается значение 1, в остальных случаях она равна 0. Таким образом:

$$\begin{cases} 1, \text{ если } u_t > u_{t-1}; u_{t-2}; u_{t-3}; \dots u_1; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2.13)$$

Наоборот, если значение уровня ряда меньше всех предыдущих, то I_t присваивается значение 1.

Таким образом:

$$\begin{cases} 1, \text{ если } u_t < u_{t-1}; u_{t-2}; u_{t-3}; \dots u_1; \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2.14)$$

Показатели S и d асимптотически нормальные и имеют независимые распределения, но на них влияет порядок расположения уровней во времени. Показатель S применяется для обнаружения тенденции изменения в дисперсиях, d – для обнаружения тенденции в средней. После того, как для исследуемого ряда найдены фактические значения d и S , проверяется гипотеза о том, можно ли считать случайными разности

$(d - 0)$ и $(S - \mu)$. Гипотезы проверяются на основе t-критерий Стьюдента, то есть:

$$t_d = \frac{d - 0}{\sigma_2}, \quad (2.15)$$

$$t_s = \frac{S - \mu}{\sigma_1}, \quad (2.16)$$

где:

μ – математическое ожидание величины S , определенное для случайного расположения уровней во времени;

σ_1 – средняя квадратическая ошибка величины S ;

σ_2 – средняя квадратическая ошибка величины d .

Значения μ , σ_1 , σ_2 табулированы.

Если $t_d > t_{кр}(\alpha; v = n - 1)$, то гипотеза об отсутствии тенденции в средней отвергается, следовательно в исходном временном ряду существует тренд.

Если $t_s > t_{кр}(\alpha; v = n - 1)$, то гипотеза об отсутствии тенденции в дисперсиях отвергается, следовательно существует тенденция дисперсии и существует тренд.

Пример. Проверим наличие тенденции в ряду динамики числа зарегистрированных разбоев в РФ методом Фостера-Стюарта.

Отразим в таблице u_t, l_t, S_t, d_t .

Таблица 2.5

Расчетная таблица для определения тенденции в ряду динамики числа зарегистрированных разбоев в РФ методом Фостера-Стюарта

Год	y_t	u_t	l_t	S_t	d_t
1997	16,5	-	-		
1998	18,5	1	0	1	1
1999	30,4	1	0	1	1
2000	34,2	1	0	1	1
2001	37,9	1	0	1	1
2002	37,7	0	0	0	0
2003	34,6	0	0	0	0

Год	y_t	u_t	l_t	S_t	d_t
2004	34,3	0	0	0	0
2005	38,5	1	0	1	1
2006	41,1	1	0	1	1

Получили, что $S=6$, $d=6$

Выдвигаем две гипотезы:

- 1) Гипотезу об отсутствии тенденции в средней
- 2) Гипотезу об отсутствии тенденции в дисперсиях

Эти гипотезы проверяются с помощью t-критерия Стьюдента.

По таблице значений средней μ и стандартных ошибок

σ_1, σ_2 при $n=10$ находим $\mu = 3,858; \sigma_1 = 1,288; \sigma_2 = 1,964$.

$$t_{p1} = \frac{d - 0}{\sigma_2} = \frac{6 - 0}{1,964} = 3,055$$

$$t_{p2} = \frac{S - \mu}{\sigma_1} = \frac{6 - 3,858}{1,288} = 1,663$$

$$t_{кр} (\alpha = 0,05; v = n - 1 = 9) = 2,262$$

Так как $t_{p1} > t_{кр}$, то гипотеза об отсутствии тенденции в средней отвергается с вероятностью ошибки 5%, следовательно, средние существенно различаются между собой, в ряду динамики числа зарегистрированных разбоев в РФ существует тенденция средней и, следовательно, в ряду динамики существует тренд.

Так как $t_{p2} < t_{кр}$, то гипотеза об отсутствии тенденции в дисперсиях числа зарегистрированных разбоев в РФ не противоречит опытным данным, следовательно, дисперсии различаются незначительно, тенденция дисперсий в ряду динамики отсутствует, тренда в ряду динамики не существует.

Фазочастотный критерий знаков разностей Валлиса и Мура. По данному критерию предполагается расчет разностей уровней временного ряда ($y_{t+1} - y_t$). Нулевая гипотеза состоит в утверждении, что знаки этих разностей образуют случайную последовательность. Последовательность одинаковых знаков разностей называется фазой и рассчитывается число фаз h (без

первой и последней фазы). Если знаки образуют случайную последовательность, то фактическое значение критерия запишется формулой (2.17).

$$t_{\phi} = \frac{\left| h - \frac{2n-7}{3} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{16n-29}{90}}}, \quad (2.17)$$

При больших выборках ($n > 30$) поправка на непрерывность может быть опущена и формула расчета будет следующая:

$$t_{\phi} = \frac{\left| h - \frac{2n-7}{3} \right|}{\sqrt{\frac{16n-29}{90}}}, \quad (2.18)$$

где:

n — число уровней временного ряда, распределенных нормально;

t_{ϕ} — фазочастотный критерий разностей;

h — число фаз

Если $t_{\phi} > 3$, следовательно, данная последовательность случайна.

Пример. Для иллюстрации данного метода рассмотрим данные строительной фирмы о производстве продукции по дням месяца (табл. 2.6).

Таблица 2.6

Уровни и фазы временного ряда

Дни месяца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
y_t , тыс. руб.	12	10	9	8	7	5	9	5	4	7	9	11	10	9	5	6	7	6	4	3	7	6
Знаки отклонений ($y_{t+1}-y_t$)		-	-	-	-	-	+	-	-	+	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	-
нумерация фаз							1	2	3			4		5	6		7					

В таблице 2.6 находим знаки отклонений ($y_{t+1}-y_t$) и представляем нумерацию фаз. Получаем $h=7$, $n=22$. По таблице значений вероятности t_α (приложения 1) для фазочастотного критерия находим, что при вероятности 95%, то есть для 5%-ного уровня значимости $t_\alpha=1,96$. Фактическое значение $t_\phi =2,55$. Значит $t_\phi > t_\alpha$, то есть $2,55 > 1,96$ нулевая гипотеза отвергается.

Уровни ряда производства продукции строительной фирмы не образуют случайную последовательность, следовательно, имеют тенденцию развития.

Критерий Кокса-Стоарта заключается в следующем, исходный временной ряд делится на три группы уровней. Численность первой и третьей групп должны быть равны между собой и составлять $n/3$ уровней каждая (при n , не делящемся на три, средняя треть уменьшается на одно и два значения). При этом осуществляется фиксация знаков отклонения каждого уровня третьей группы от соответствующего уровня первой группы. Из полученной суммы (S) положительных или отрицательных знаков (при возрастающем или убывающем тренде, соответственно) вычисляется ожидаемое значение $n/6$. Считается, что вычисленная разность распределена нормально со стандартным отклонением: $\sqrt{n/12}$, то есть:

$$Z_\phi = \frac{\left| s - \frac{n}{6} \right|}{\sqrt{\frac{n}{12}}}, \quad (2.19)$$

или при малых объемах ($n < 30$) в формулу (2.19) вносится поправка Иейтса:

$$Z_\phi = \frac{\left| s - \frac{n}{6} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{n}{12}}}, \quad (2.20)$$

Для проверки расчетного значения Z_ϕ сравнивают его с табличным Z_α . При $Z_\phi > Z_\alpha$ гипотеза о наличии (возрастающего или убывающего) тренда принимается.

Пример. Воспользуемся данными предыдущего примера. Так как 22 не делится на 3, образуем обе трети, как если бы n было равно 24 ($n_i=24: 3=8$). Получаем уровни групп представленные в таблице 2.7.

Таблица 2.7

Уровни групп

Значения последней трети	5	6	7	6	4	3	7	6
Значения первой трети	12	10	9	8	7	5	9	5
Знаки разностей	-	-	-	-	-	-	-	+

$$\left(Z_{\Phi} = \frac{\left| 7 - \frac{22}{6} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{22}{12}}} = \frac{2,83}{1,35} = 2,10 \right)$$

Мы получили семь отрицательных знаков из восьми. Проверка на убывающий тренд показала, что в зависимости от критерия (односторонний или двусторонний) критические значения равны: $Z_{\alpha} = 1,64$ и $Z_{\alpha} = 1,96$ для $\alpha = 5\%$; $Z_{\alpha} = 2,33$ и $Z_{\alpha} = 2,58$ для $\alpha = 1\%$. Значению $Z_{\Phi} = 2,10$ при двустороннем критерии соответствует вероятность $P \approx 0,0357$ (приложение 7). Убывающий тренд на 5%-ом уровне подтвержден.

Таким образом, рассмотренные выше критерии основаны на определении знаков разностей последовательных уровней временных рядов или разностей определенных групп уровней ряда, то есть с их помощью предполагается определение наличия возрастающей или убывающей тенденции. Данные критерии дают удовлетворительные результаты, как правило, только для временных рядов не характеризующихся резкими колебаниями. При наличие ярко выражающихся колебаний в развитии социально-экономических явлений эти критерии могут давать противоречивые результаты.

После того, как установлено наличие тенденции во временном ряду необходимо ее описать, то есть определить тип протекания процесса, имеющего место в данном явлении, направление роста и изменение, проходящие в нем.

Можно выделить следующие *типы процессов*:

I. По возрастанию или убыванию уровней ряда:

- монотонно-возрастающие;
- монотонно-убывающие;
- комбинированные.

II. По наличию насыщения и стремлению к некоторой предельной величине:

- имеющие пределы насыщения;
- не имеющие пределов насыщения.

III. По наличию экстремальных значений и перегибов:

- процессы, имеющие экстремальные значения;
- процессы, имеющие переходы от возрастания к убыванию или наоборот.

Для выявления типа развития могут использоваться различные методы и критерии, в частности известные способы сглаживания:

- сглаживание или механическое выравнивание отдельных уровней ряда динамики с использованием фактических значений соседних уровней;

- выравнивание с применением кривой, приведенной между конкретными уровнями таким образом, чтобы она отобразила тенденцию, присущую ряду, и одновременно освободила его от незначительных колебаний.

Выбор метода выявления основной тенденции развития зависит от технических возможностей счета и от умения применять соответствующие методы, а также от задач, стоящих перед исследованием. Если надо дать общую картину развития, его грубую модель, основанную на механическом повторении одних и тех же действий по увеличению интервала времени, то можно ограничиться методом скользящей средней. Если же исследование требует подробного аналитического выражения движения во времени, то метод скользящей

средней будет недостаточным. Надо использовать метод конечных разностей или метод наименьших квадратов.

Все методы выявления основной тенденции развития определяются на основе изучения фактического развития динамики. Они не отрываются от наблюдаемого статистикой эмпирического материала.

Методы выявления основной тенденции развития имеют разное логическое содержание и поэтому применяются ко временным рядам для разных целей. Основная их цель, как уже говорилось, заключается в том, чтобы вскрывать общие закономерности развития, затупеванные отдельными, иногда случайными обстоятельствами. Однако каждый из них имеет свои особенности.

Метод скользящих средних используется в том случае, когда необходимо представить общую картину развития, основанную на механическом повторении одних и тех же действий по увеличению интервала времени.

Метод скользящих средних дает оценку среднего уровня за некоторый период времени: чем больше интервал времени, к которому относится средняя, тем более плавным будет сглаживаемый уровень, но тем менее точно будет описана тенденция исходного ряда динамики.

Сглаживание ряда динамики с помощью скользящей средней заключается в том, что вычисляется средний уровень из определенного числа первых по порядку уровней ряда, затем — средний уровень из такого же числа уровней, начиная со второго, далее — начиная с третьего и т.д. Таким образом, при расчетах среднего уровня как бы «скользят» по ряду динамики от его начала к концу, каждый раз отбрасывая один уровень в начале и добавляя следующий. Отсюда название — скользящая средняя.

Каждая скользящая средняя — это средний уровень за соответствующий период, который относится к середине выбранного периода.

Определение скользящей средней по четному числу членов ряда осложняется тем, что средняя может быть отнесена только к середине между двумя датами, находящимися в середине интервала сглаживания.

Если число членов скользящей средней обозначить через $2k$, то срединным будет уровень, относящийся к « $k+1/2$ » члену ряда, т.е. имеет место сдвиг периода, к которому относится уровень. Например, средняя, найденная для четырех членов, относится к середине между вторым и третьим периодами, следующая средняя – к середине между третьим и четвертым, и т.д. Для устранения этого используют процедуру центрирования, которая заключается в нахождении средней из двух смежных скользящих средних для отнесения полученного уровня к определенной дате.

Метод простой скользящей средней приемлем, если графическое изображение ряда динамики напоминает прямую линию. В этом случае не искажается динамика исследуемого явления.

Покажем расчет 3-х и 4-членных скользящих средних на примере данных об объеме платных услуг населению одного из регионов РФ за период января-декабря 2006 г. (таблица 2.8).

Таблица 2.8

**Расчет 3-х и 4-членных скользящих средних объема
платных услуг населению РФ**

Месяц	Объем платных услуг населению, млн. руб.	3-членные скользящие суммы	3-членные скользящие средние	4-членные скользящие суммы	4-членные скользящие средние	Центрированные 4-х членные скользящие средние
январь	21,4	-	-	-	-	-
февраль	22,1	-	22,47	-	-	-
март	23,9	67,4	23,43	-	22,93	23,37
апрель	24,3	70,3	24,37	91,7	23,80	24,40
май	24,9	73,1	25,37	95,2	25,00	25,52
июнь	26,9	76,1	26,60	100,0	26,03	26,56
июль	28,0	79,8	27,80	104,1	27,08	27,57
август	28,5	83,4	28,43	108,3	28,05	28,27
сентябрь	28,8	85,3	28,63	112,2	28,48	28,64
октябрь	28,6	85,9	28,90	113,9	28,80	29,23
ноябрь	29,3	86,7	29,93	115,2	29,65	-
декабрь	31,9	89,8	-	118,6	-	-

В случае, когда тенденция исходного ряда, характеризующего исследуемый процесс, не может быть описана линейным трендом, наиболее надежным является использование взвешенной скользящей средней.

Взвешенная скользящая средняя отличается от простой скользящей средней тем, что уровни, входящие в интервал усреднения, суммируются с различными весами. Это связано с тем, что аппроксимация сглаживаемого ряда динамики в пределах интервала сглаживания осуществляется с использованием уровней, рассчитанных по полиному $\bar{y} = a_0 + a_1 \cdot i + a_2 \cdot i^2 + \dots$ / i – порядковый номер уровня в интервале сглаживания/. Полином первого порядка – есть уравнение прямой, следовательно, метод простой скользящей средней является частным случаем метода взвешенной скользящей средней. Коэффициенты находятся методом наименьших квадратов.

На первом этапе сглаживания определяются интервал сглаживания и порядок аппроксимирующего полинома. Принято считать, что при использовании полиномов высоких степеней и при меньших размерах интервалов сглаживание ряда динамики будет более гибким.

Центральная ордината параболы, например, принимается за сглаженное значение соответствующего фактическим данным уровня. Поскольку отсчет времени в пределах интервала сглаживания производится от его середины, то сглаженное значение уровня равно параметру a подобранной параболы и является соответствующей скользящей средней. Поэтому для сглаживания нет необходимости прибегать к процедуре подбора системы парабол, так как величину a можно получить как взвешенную среднюю из «к» уровней.

Например, если в интервал сглаживания входят пять последовательных уровней ряда со сдвигом во времени на один шаг, а выравнивание проводится по полиному второго порядка, то коэффициенты полинома находятся из условия:

$$\Sigma (y - a_0 - a_1 t - a_2 t^2) \rightarrow \min \quad (2.21)$$

Учитывая, что для нечетных $k_t \sum t^m = 0$, получаем систему:

$$\begin{cases} \sum y - 5a_0 - a_2 \sum t^2 = 0 \\ \sum yt - a_1 \sum t^2 = 0 \\ \sum yt^2 - a_0 \sum t^2 - a_2 \sum t^4 = 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

Для определения a_0 необходимо найти значения $\sum t^2$ и $\sum t^4$.

Так как интервал сглаживания равен $k=5$, то $\sum t=10$ и $\sum t^4=34$.

Нормальное уравнение, определяющее a_0 и a_2 , в этом случае записывается следующим образом:

$$\begin{cases} 5a_0 + 10a_2 = \sum y \\ 10a_0 + 34a_2 = \sum yt^2 \end{cases}$$

Решение этой системы относительно a_0 может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{34\sum y - 10\sum y^2}{5 \cdot 34 - 10^2} = \frac{17\sum y - 5\sum y^2}{35} = \\ &= \frac{1}{35}(-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2}) \end{aligned}$$

Аналогичным путем получают выражения и для других интервалов сглаживания по параболе второго и третьего порядка.

$$\left\{ \begin{array}{l} m=7 \quad \bar{y}_t = \frac{1}{21}(-2y_{t-3} + 3y_{t-2} + 6y_{t-1} + 7y_t + 6y_{t+1} + 3y_{t+2} - 2y_{t+3}) \\ m=9 \quad \bar{y}_t = \frac{1}{231}(-21y_{t-4} + 14y_{t-3} + 39y_{t-2} + 5y_{t-1} + 59y_t + 54y_{t+1} + \\ \quad + 39y_{t+2} + 14y_{t+3} - 21y_{t+4}) \end{array} \right.$$

Согласно приведенным формулам, веса симметричны относительно центрального уровня и их сумма с учетом общего множителя, вынесенного за скобки, равна единице.

По данным рассмотренного выше примера об объеме платных услуг населению одного из регионов РФ за период январь – декабрь 2006 г. произведем расчет 7 – ми членных скользящих средних и проанализируем на их основе характер тенденции исходного временного ряда (таблица 2.9, гр. 18).

В качестве аппроксимирующего полинома примем параболу второго порядка, параметры которой могут быть определены на основе решения следующей системы нормальных уравнений методом наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \\ \sum t = 0 \quad \sum t^3 = 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Отсчет времени в пределах интервала сглаживания произведем от его середины, то система уравнений упростится до следующего вида:

$$\begin{cases} na_0 + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases} \quad (2.24)$$

Промежуточные расчеты взвешенных скользящих средних более подробно могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} 1. \quad \begin{cases} \sum y_{(t)} = 21,4 + 22,1 + \dots + 28,0 = 171,5 \\ \sum yt_{(t)}^2 = 192,6 + 88,4 + \dots + 252,0 = 689,4 \end{cases} & \begin{cases} 7a_0 + 28a_2 = 171,5 \\ 28a_0 + 196a_2 = 689,4 \end{cases} \\ & \begin{cases} a_0 + 4a_2 = 24,5 \\ a_0 + 7a_2 = 24,6 \end{cases} \\ & \begin{aligned} & \underline{3a_2 = 0,1} \\ & a_2 = 0,03 \end{aligned} \end{aligned} \Rightarrow a_2 = 0,03 \\ & a_0 = 24,38 \end{aligned}$$

$$2. \quad \begin{cases} \sum y_{(2)} = 22,1 + 23,9 + \dots + 28,5 = 178,6 \\ \sum yt_{(2)}^2 = 198,9 + \dots + 256,5 = 714,2 \end{cases} \begin{cases} 7a_0 + 28a_2 = 178,6 \\ 28a_0 + 196a_2 = 714,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 + 4a_2 = 25,514 \\ a_0 + 7a_2 = 25,507 \end{cases} \quad \boxed{\begin{matrix} a_2 = -0,002 \\ a_0 = 25,52 \end{matrix}}$$

$$3. \quad \begin{cases} \sum y_{(3)} = 23,9 + 24,3 + \dots + 28,8 = 185,3 \\ \sum yt_{(3)}^2 = 215,1 + 97,2 + \dots + 259,0 = 735,3 \end{cases} \begin{cases} 7a_0 + 28a_2 = 185,3 \\ 28a_0 + 196a_2 = 735,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 + 4a_2 = 26,47 \\ a_0 + 7a_2 = 26,26 \end{cases} \quad \boxed{\begin{matrix} a_2 = -0,07 \\ a_0 = 26,75 \end{matrix}}$$

$$4. \quad \begin{cases} \sum y_{(4)} = 24,3 + 24,9 + \dots + 28,6 = 190,0 \\ \sum yt_{(4)}^2 = 218,7 + 99,6 + \dots + 257,4 = 746,3 \end{cases} \begin{cases} 7a_0 + 28a_2 = 190 \\ 28a_0 + 196a_2 = 746,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 + 4a_2 = 27,14 \\ a_0 + 7a_2 = 26,65 \end{cases} \quad \boxed{\begin{matrix} a_2 = -0,16 \\ a_0 = 27,78 \end{matrix}}$$

$$5. \quad \sum y_{(5)} = 24,9 + 26,9 + \dots + 29,3 = 195,0 \quad \sum yt_{(5)}^2 = 766,6$$

$$\begin{cases} 7a_0 + 28a_2 = 195 \\ 28a_0 + 196a_2 = 766,2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 + 4a_2 = 27,86 \\ a_0 + 7a_2 = 27,39 \end{cases} \quad \boxed{\begin{matrix} a_2 = -0,17 \\ a_0 = 28,54 \end{matrix}}$$

$$6. \quad \sum y_{(6)} = 26,9 + 28,0 + \dots + 31,9 = 202,0 ;$$

$$\sum yt_{(6)}^2 = 815,5$$

$$\boxed{\begin{matrix} a_2 = -0,089 \\ a_0 = 28,60 \end{matrix}}$$

Взвешенная семичленная скользящая средняя показывает, что на протяжении периода с января по декабрь 2006 г. в РФ наблюдался рост объема платных услуг населению.

Таблица 2.9

Расчетная таблица для определения взвешенных скользящих средних объема платных услуг населению одного из регионов РФ за период январь-декабрь 2006 г.

Месяц	y_t	$t(1)$	$t^2(1)$	$t^4(1)$	$ty^2(1)$	$t(2)$	$t^2(2)$	$t^4(2)$	$yt^2(2)$	$t(3)$	$yt^2(3)$	$t(4)$	$yt^2(4)$	$t(5)$	$yt^2(5)$	$t(6)$	$ty^2(6)$	Взвешенные 7-членные скользящие средние
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
январь	21,4	-3	9	81	192,6													-
февраль	22,1	-2	4	16	88,4	-3	9	81	198,9									-
март	23,9	-1	1	1	23,9	-2	4	16	95,6	-3	215,1							-
апрель	24,3	0	0	0	0,0	-1	1	1	24,3	-2	97,2	-3	218,7					24,38
май	24,9	+1	1	1	24,9	0	0	0	0,0	-1	24,9	-2	99,6	-3	224,1			25,52
июнь	26,9	+2	4	16	107,6	+1	1	1	26,9	0	0,0	-1	26,9	-2	107,6	-3	242,1	26,75
июль	28,0	+3	9	81	252,0	+2	4	16	112,0	+1	26,9	0	0	-1	28,0	-2	112,0	27,78
август	28,5					+3	9	81	256,3	+2	112,0	+1	28,5	0	0	-1	28,5	28,54
сентябрь	28,8									+3	259,0			+1	28,8	0	0	28,6
октябрь	28,6													+2	114,4	+1	28,6	-
ноябрь	29,3														263,7	+2	117,2	-
декабрь	31,9															+3	287,1	-

Метод плавного уровня по величине среднего абсолютного прироста придает изменению во времени характер изменения по прямой линии, а по величине среднего темпа роста – по показательной кривой. И тот и другой методы не покажут, как происходило развитие, так как их плавный уровень целиком зависит от начального и конечного уровней динамики.

Метод Лагранжа является формальным методом, позволяющим установить математическую зависимость между уровнем временного ряда и временем, к которому он относится.

Обобщением этой типизации и является моделирование (нахождение аналитической функции, выражающей развитие явления за рассматриваемый период времени).

Метод аналитического выравнивания заключается в нахождении аналитической функции, выражающей развитие явления за рассматриваемый период времени. При этом решаются следующие задачи:

- а) выбор вида уравнения, отображающего тип развития;
- б) анализ схемы сбора фактических данных и определение параметров модели;
- в) определение методов преобразования исходных данных с целью сведения сложных уравнений к более простым;
- г) выявление степени близости теоретических и фактических данных.

Найденная модель позволяет получить выровненные или, другими словами, теоретические значения уровней.

Пример. Определим основную тенденцию ряда динамики объема платных услуг населению РФ за январь – декабрь 2006 г.

Рассмотрим определение тенденции на основе полинома первой и второй степени, то есть прямой и параболы второго порядка, промежуточные расчеты параметров которых приведены в таблице 2.10.

Таблица 2.10

Динамика объема платных услуг населению РФ за период январь-декабрь 2006 г. и определение параметров уравнения прямой методом наименьших квадратов

Месяц	y_t	t	t^2	ty	\bar{y}_t прямая	t^4	$t^2 y$	\bar{y}_t парабола
Январь	21,4	-11	121	-235,4	21,82	14641	2589,4	21,283
Февраль	22,1	-9	81	-198,9	22,68	6561	1790,1	22,423
Март	23,9	-7	49	-167,3	23,54	2401	1171,1	23,507
Апрель	24,3	-5	25	-121,5	24,40	625	607,5	24,535
Май	24,9	-3	9	-74,7	25,26	81	224,1	25,507
Июнь	26,9	-1	1	-26,9	26,12	1	26,9	26,423
Июль	28,0	+1	1	28,0	26,98	1	28,0	27,283
Август	28,5	+3	9	85,5	27,84	81	256,5	28,087
Сентябрь	28,8	+5	25	144,0	28,70	625	720,0	28,835
Октябрь	28,6	+7	49	200,2	29,56	2401	1401,4	29,527
Ноябрь	29,3	+9	81	263,7	30,42	6561	2373,3	30,163
Декабрь	31,9	+11	121	350,9	31,28	14641	3859,9	30,748
Итого	318,6	0	572	247,6	-	48620	15048,2	-

Для уравнения прямой параметры определяются путем решения следующей системы нормальных уравнений методом наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Примем $\sum t = 0$

$$a_0 = \sum y : n = 318,6 : 12 = 26,55$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{247,6}{572} = 0,43$$

$$\bar{y}_t = 26,55 + 0,43t$$

Для уравнения параболы второго порядка параметры могут быть определены на основе решения следующей системы нормальных уравнений методом наименьших квадратов:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\begin{cases} na_0 + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum t^2 y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12a_0 + 572a_2 = 318,6 \\ 572a_1 = 247,6 \\ 572a_0 + 48620a_2 = 15048,2 \end{cases}$$

$$a_0 = 26,86$$

$$a_1 = 0,43$$

$$a_2 = -0,007$$

$$\bar{y}_t = 26,86 + 0,43t - 0,007t^2$$

2.4. Выбор формы тренда

Остановимся подробнее на проблеме выбора математической функции для описания основной тенденции развития, то есть выбора подобной реальной динамике формы уравнения.

Для отображения основной тенденции развития явлений во времени или модели этого процесса применяются полиномы разной степени, экспоненты, логистические кривые и другие функции.

Полиномы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{полином первой степени} \quad \bar{y}_t &= a_0 + a_1 t, \\ \text{полином второй степени} \quad \bar{y}_t &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2, \\ \text{полином } n\text{-й степени} \quad \bar{y}_t &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_k t^k. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Наиболее простым путем решения проблемы выбора формы трендовой модели можно назвать графический, на базе общей конфигурации графика фактических уровней ряда. Однако при этом подходе риск ошибочного выбора кривой очень велик. Разные специалисты, исходя из одного и того же графика, могут прийти к разным заключениям по поводу формы уравнения. Правильность выбора уравнения в некоторой мере зависит от масштаба графика. Однако в несложных случаях подход графического выбора может дать вполне приемлемые результаты.

Подбор класса выравнивающих кривых для временного ряда производится на основе качественного анализа представленного им процесса, а также если известны:

$\Delta^1, \Delta^2, \Delta^3, \dots, \Delta^i$ – первые, вторые, третьи и т.д. разности или абсолютные ускорения;

T_{Δ^i} – темпы роста первых абсолютных приростов уровней;

$\Delta^1 \lg y_i$ – первые абсолютные приросты логарифмов уровней;

T_p – темпы роста.

В этих случаях критерии выбора типа кривой следующие (табл. 2.11).

Таблица 2.11

Критерии выбора класса выравнивающих кривых

Показатель	Изменение уровней временного ряда	Уравнение кривой	Наименование функции
Δ'	более или менее постоянные	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$	линейная
Δ'	уменьшающиеся	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 / t$	гиперболическая
Δ''	постоянны	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$	параболическая 2-ой степени
Δ'''	постоянны	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$	параболическая 3-ей степени
Δ''''	постоянны	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4$	параболическая 4-ой степени
$Tr_{\Delta 1}$	постоянны	$\bar{y}_t = a_0 \cdot a_1^t$	экспоненциальная
$Tr_{\Delta'}$	сначала быстро растут, а затем рост изменяется	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 \lg t$	полулогарифмическая
$\Delta' \lg y_i$	изменяется с постоянным темпом роста	$\bar{y}_t = a b^c \cdot x$	кривая Гомперца

Для полиномиальных моделей характерно отсутствие прямой связи между абсолютными приростами и приростами уровней рядов динамики.

Предполагаемой функцией, отражающей процесс роста явления, может быть и экспонента $y_t = a_0 \cdot a_1^t$. Экспоненты характеризуют прирост, зависящий от величины основания функции. Прологарифмировав левую и правую части, найдем $\lg y_t = \lg a_0 + t \cdot \lg a_1$, то есть логарифмическую кривую. После замены $\lg a_0 = c_0$ и $\lg a_1 = c_1$ получим уравнение $\lg y_t = c_0 + c_1 t$, из которого видно, что логарифм ординаты линейно зависит от t .

Практика моделирования свидетельствует о том, что выбор тех или иных кривых всегда оказывается под воздействием представлений о желаемой форме кривой, и что на координатном поле, отображающем расстояние точек, можно построить бесконечное множество кривых. При этом необходимо отражать особенности процесса. Свойства процесса должны соответствовать свойствам функций, используемых для построения моделей.

Надо иметь в виду, что отдельные уравнения выражают определенный тип динамики.

Монотонное возрастание или убывание процесса характеризуют функции:

- линейная;
- параболическая;
- степенная;
- экспоненциальная простая (показательная) и производная от нее логарифмическая линейная;
- сложная экспоненциальная и производная от нее логарифмическая парабола;
- гиперболическая (главным образом убывающих процессов);
- комбинация их видов.

Для моделирования динамических рядов, которые характеризуются стремлением к некоторой предельной величине, насыщением, применяются логистические функции.

Логистическую функцию часто записывают в следующем виде:

$$\bar{y}_t = \frac{k}{1 + e^{-a_1 t}} \quad \text{или} \quad \bar{y}_t = \frac{k}{1 + 10^{a_0 + a_1 t}}, \quad (2.27)$$

где:

e — основание натуральных логарифмов.

Логистическая кривая симметрична относительно точки перегиба и при $t = -\infty$ стремится к нулю, а при $t = +\infty$ стремится к некоторой постоянной величине, к которой кривая асимптотически приближается. Если найти вторую производную от y_t по t и приравнять ее к нулю, то для логистической

кривой, выражаемой через e , место положения точки перегиба кривой равно: $t = \lg a_1 : a_0$; $\bar{y}_t = n : 2$.

Тип процессов, характеризующихся наличием экстремальных значений, описывается кривой Гомперца, имеющей следующее выражение:

$$\bar{y}_t = a \cdot b^{e^x}. \quad (2.28)$$

Возможны четыре варианта этой кривой. Для экономистов наибольшее значение имеет кривая, у которой $\lg a_0 < 0$ и $a_1 < 1$. Развитие уровня такой кривой имеет следующие этапы: если коэффициент a_1 меньше единицы при отрицательном значении $\lg a_0$, то на первом этапе прирост кривой незначителен. Он медленно увеличивается по мере роста t , но на следующем этапе прирост увеличивается быстрее, а затем, после точки перегиба, прирост начинает уменьшаться; подойдя к линии асимптоты, прирост кривой опять незначителен.

Прологарифмировав функцию Гомперца, получим:

$$\lg \bar{y}_t = \lg a + \lg b \cdot c^x.$$

При выборе формы тренда наряду с теоретическим анализом закономерностей развития изучаемого явления используются эмпирические методы, такие как:

- расчет и анализ средней квадратической ошибки;
- критерий наименьшей суммы квадратов отклонений эмпирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по уравнению;
- метод разностного исчисления;
- метод дисперсионного анализа.

Средняя квадратическая ошибка определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y}_t)^2}{n - k - 1}}, \quad (2.29)$$

где:

k — число параметров уравнения.

Чем меньше значение средней квадратической ошибки, тем функция наилучшим образом описывает тенденцию исходного временного ряда.

На основе приведенного выше примера рассмотрим порядок расчета средней квадратической ошибки по линейному тренду и параболе второго порядка показателя объема платных услуг населению РФ.

Так, например, для уравнения линейного тренда, средняя квадратическая ошибка составит:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n - k - 1}} = \sqrt{\frac{5,44}{12 - 2 - 1}} = 0,78,$$

а для параболы второго порядка:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n - k - 1}} = \sqrt{\frac{4,540}{12 - 3 - 1}} = 0,75.$$

Анализ приведенных значений средних квадратических ошибок свидетельствует о том, что уравнение параболы второго порядка наиболее точно описывает тенденцию изменения объема платных услуг населению РФ.

Критерий наименьшей суммы квадратов отклонений эмпирических уровней от теоретических $\sum (y_t - \bar{y}_t)^2 \rightarrow \min$ также предполагает, что наилучшим образом тенденция описывается трендом, которому соответствует наименьшее значение суммы квадратов отклонений.

Так на основе приведенных в таблице расчетов видно, что для уравнения линейного тренда, описывающего тенденцию изменения объема платных услуг населению РФ $\sum (y_t - \bar{y}_t)^2 = 5,44$, а для уравнения параболы второго порядка $\sum (y_t - \bar{y}_t)^2 = 4,54$. Следовательно, уравнение параболы второго порядка наиболее точно описывает тенденцию изменения объема платных услуг населению РФ.

Дисперсионный метод анализа основывается на сравнении дисперсий.

Суть метода в следующем: общая вариация временного ряда делится на две части:

- вариация вследствие тенденции $V_{f(t)}$;

- случайная вариация V_ε :

$$V_{\text{общ}} = V_{f(t)} + V_\varepsilon$$

Общая вариация определяется как сумма квадратов отклонений эмпирических значений уровней ряда (y_t) от среднего уровня исходного временного ряда (\bar{y}), то есть из выражения вида:

$$V_{\text{общ}} = \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2. \quad (2.30)$$

Случайная вариация – это сумма квадратов отклонений эмпирических значений уровней (y_t) от теоретических полученных по уравнению тренда (\bar{y}_t), и определяется по выражению следующего вида:

$$V_\varepsilon = \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2, \quad (2.31)$$

Вариация вследствие тенденции определяется как разность общей и случайной вариаций из выражения вида:

$$V_{f(t)} = V_{\text{общ}} - V_\varepsilon. \quad (2.32)$$

На основе рассмотренных показателей вариации определяются следующие виды дисперсии:

- общая дисперсия:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \frac{V_{\text{общ}}}{n-1} = \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n-1}; \quad (2.33)$$

- дисперсия случайного компонента:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{V_\varepsilon}{n-k} = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n-k}, \quad (2.34)$$

где:

k – число параметров уравнения тренда.

- дисперсия тенденции:

$$\sigma_{f(t)}^2 = \frac{V_{f(t)}}{k-1} = \frac{V_{\text{общ}} - V_{\varepsilon}}{k-1} = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2 - \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}{k-1}. \quad (2.35)$$

Выдвигается и проверяется гипотеза о том, что подходит или не подходит рассматриваемое уравнение тренда для описания тенденции исходного временного ряда.

Гипотеза проверяется на основе F-критерия Фишера-Снедекора, расчетное значение которого определяется по следующей формуле:

$$F_p = \frac{\sigma_{f(t)}^2}{\sigma_{\varepsilon}^2}, \text{ если } \sigma_{f(t)}^2 > \sigma_{\varepsilon}^2 \quad (2.36)$$

Критическое значение критерия определяется по таблице табулированных значений (приложение) следующим образом:

$$F_{\text{кр}} : \begin{cases} \alpha \\ v_1 = k - 1 \\ v_2 = n - k \end{cases}$$

Если $F_p > F_{\text{кр}}$ при заданном уровне значимости α и числе степеней свободы ($v_1 = k - 1$, $v_2 = n - k$), то уравнение тренда подходит для отражения тенденции исходного временного ряда.

Анализ необходимо начинать с более простого уравнения к сложным, пока не подойдет.

Пример. Проверим с помощью дисперсионного метода анализа, какое из двух рассмотренных выше (таблица 2.12) уравнений тренда наиболее подходит для описания тенденции исходного ряда динамики объема платных услуг населению РФ. Расчеты приведены в таблице 2.13.

Средний уровень исходного ряда динамики составит:

$$\bar{y} = \frac{21,4 + 22,1 + \dots + 31,9}{12} = \frac{318,6}{12} = 26,55.$$

Таблица 2.12

Расчетная таблица для определения средней квадратической ошибки

Месяц	Y_t	\bar{Y}_t прямая	$Y_t - \bar{Y}_t$	$(Y_t - \bar{Y}_t)^2$	\bar{Y}_t парабола	$Y_t - \bar{Y}_t$	$(Y_t - \bar{Y}_t)^2$
Январь	21,4	21,82	-0,42	0,18	21,283	0,117	0,014
Февраль	22,1	22,68	-0,58	0,34	22,423	-0,323	0,104
Март	23,9	23,54	0,36	0,13	23,507	0,393	0,154
Апрель	24,3	24,40	-0,10	0,01	24,535	-0,235	0,055
Май	24,9	25,26	-0,36	0,13	25,507	-0,607	0,368
Июнь	26,9	26,12	0,78	0,61	26,423	0,477	0,228
Июль	28,0	26,98	1,02	1,04	27,283	0,717	0,514
Август	28,5	27,84	0,66	0,44	28,087	0,413	0,171
Сентябрь	28,8	28,70	0,10	0,01	28,835	-0,035	0,001
Октябрь	28,6	29,56	-0,96	0,92	29,527	-0,927	0,859
Ноябрь	29,3	30,42	-1,12	1,25	30,163	-0,863	0,745
Декабрь	31,9	31,28	0,62	0,38	30,748	1,152	1,327
ИТОГО	318,6	—	—	5,44	—	—	4,540

Таблица 2.13

Расчетная таблица реализации дисперсионного метода анализа в оценке трендовых моделей объема платных услуг населению РФ за период январь-декабрь 2006 г.

Месяц	y_t	$y_t - \bar{y}$	$(y_t - \bar{y})^2$	$(y_t - \bar{y}_t)^2$	
				прямая	парабола
январь	21,4	5,15	26,52	0,18	0,014
февраль	22,1	4,45	19,80	0,34	0,104
март	23,9	2,65	7,02	0,13	0,154
апрель	24,3	2,25	5,06	0,01	0,055
май	24,9	1,65	2,72	0,13	0,368
июнь	26,9	0,35	0,12	0,61	0,228
июль	28,0	1,45	2,10	1,04	0,514
август	28,5	1,95	3,80	0,44	0,171
сентябрь	28,8	2,25	5,06	0,01	0,01
октябрь	28,6	2,05	4,20	0,92	0,859
ноябрь	29,3	2,75	7,56	1,25	0,745
декабрь	31,9	5,35	28,62	0,38	1,327
Итого	318,6	-	112,58	5,44	4,540

1. Проверим методом дисперсионного анализа, подходит ли уравнение линейного тренда для описания тенденции в изменении объема платных услуг населению РФ:

$$\bar{y}_t = 26,55 + 0,43 t$$

$$\sigma_{\text{общ.}}^2 = \frac{V_{\text{общ.}}}{n-1} = \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{112,58}{12-1} = 10,23$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{V_{\varepsilon}}{n-k} = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n-k} = \frac{5,44}{12-2} = 0,544$$

$$V_{\text{общ.}} = V_{f(t)} + V_{\varepsilon}$$

$$V_{f(t)} = V_{\text{общ.}} - V_{\varepsilon} = 112,58 - 5,44 = 107,14$$

$$\sigma_{f(t)}^2 = \frac{V_{f(t)}}{k-1} = \frac{107,14}{2-1} = 107,14$$

$$F_p = \frac{\sigma_{f(t)}^2}{\sigma_\varepsilon^2} = \frac{107,14}{0,544} = 196,95$$

$$F_{kp} : (\alpha; v_1=k-1=1; v_2=n-k=12-2=10); F_{kp} = 5,32.$$

Следовательно, с вероятностью 95% можно утверждать, что уравнение линейного тренда подходит для описания тенденции исходного ряда динамики объема платных услуг населению РФ.

2. Проверим методом дисперсионного анализа, подходит ли уравнение параболы второго порядка для описания тенденции в изменении объема платных услуг населению РФ:

$$\bar{y}_t = 26,86 + 0,43t - 0,007t^2$$

$$\sigma_{\text{общ.}}^2 = \frac{V_{\text{общ.}}}{n-1} = \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{112,58}{12-1} = 10,23;$$

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{V_\varepsilon}{n-k} = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n-k} = \frac{4,54}{12-3} = 0,504$$

$$V_{f(t)} = V_{\text{общ.}} - V_\varepsilon = 112,58 - 4,54 = 108,04$$

$$\sigma_{f(t)}^2 = \frac{V_{f(t)}}{k-1} = \frac{108,04}{3-1} = 54,02$$

$$F_p = \frac{\sigma_{f(t)}^2}{\sigma_\varepsilon^2} = \frac{54,02}{0,504} = 107,18$$

$$F_{kp} : (\alpha; v_1=k-1=2; v_2=n-k=12-3=9); F_{kp} = 4,26, F_{kp} = 4,26.$$

$$F_p > F_{kp} \Rightarrow \text{гипотеза отвергается.}$$

Следовательно, с вероятностью 95% можно утверждать, что уравнение параболы второго порядка подходит для описания тенденции исходного ряда динамики объема платных услуг населению РФ.

Отдельно взятый критерий или метод при выборе формы тренда не обеспечивает правильность ее выбора. Необходимо обязательно учесть специфику объекта исследования, ме-

тодов прогнозирования и оценки точности и надежности получаемых прогнозов.

После того, как определена форма трендовой модели (уравнения), необходимо проанализировать наличие, характер и закон распределения отклонений эмпирических значений от теоретических, полученных по уравнению тренда.

2.5. Моделирование случайного компонента

Исследование случайного компонента проводится с целью решения двух основных задач:

1. оценки правильности выбора трендовой модели;
2. оценки стационарности случайного процесса.

При правильном выборе формы тренда отклонения от него будут носить случайный характер, что означает, что изменение случайной величины ε_t не связано с изменением t .

Для этого определяются отклонения эмпирических значений от теоретических: $\varepsilon_t = y_t - f(t)$ для каждого уровня исходного временного ряда.

Проверяется гипотеза H_0 : о том, что значения случайной величины ε_t случайны и величина ε_t не зависит от времени.

Методами проверки данной гипотезы являются следующие:

- коэффициент корреляции;
- критерий серий, основанный на медиане выборки;
- критерий «восходящих» и «нисходящих» серий;
- критерий \min и \max .

Наиболее простой способ сводится к расчету **коэффициента корреляции** между ε_t (отклонениями от тренда) и фактором времени t , и проверке его значимости.

Критерий серий, основанный на медиане выборки.

Этапы реализации метода:

- рассчитываются отклонения эмпирических значений от теоретических, полученных по уравнению тренда: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ ($\varepsilon_t = y_t - f(t) = y_t - \bar{y}_t$).

- ε_t ранжируются, где:
- $\varepsilon^{(1)}$ – наименьшее значение: $\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}, \dots, \varepsilon^{(n)}$ в порядке возрастания или убывания.
- Определяется медиана отклонений ε_{med} .
- Значения ε_t сравниваются со значением ε_{med} и ставится знак «+» или «-»:

$$\varepsilon_t > \varepsilon_{med} \quad - \quad \langle + \rangle$$

$$\varepsilon_t < \varepsilon_{med} \quad - \quad \langle - \rangle$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{med} \quad - \quad \text{пропускается уровень или ставится } \langle 0 \rangle.$$

Таким образом получается ряд «+» и «-».

- Выдвигается и проверяется следующая основная гипотеза H_0 : если отклонения от тренда случайны, то их чередование должно быть случайным.
- Последовательность «+» и «-» называется *серией*.
- Определяется $k_{max}(n)$ – длина наибольшей серии.
- Определяется $V(n)$ – число серий.

Выборка признается случайной, если одновременно выполняются неравенства ($\alpha = 0,05$):

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{max}(n) < [3,3(\lg n + 1)]; \\ V(n) > \left[\frac{1}{2}(n + 1 - 1,96\sqrt{n - 1}) \right]. \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Если хотя бы одно неравенство нарушается, то гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от тренда отвергается.

Пример. Произведем оценку случайной компоненты в ряду динамики числа зарегистрированных разбоев (в тыс.)

Таблица 2.14

Годы	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Число разбоев	16,5	18,5	30,4	34,2	37,9	37,7	34,6	34,3	38,5	41,1

Необходимо выявить случайную компоненту в данном ряду динамики с помощью критерия серий, основанного на медиане выборки. В качестве трендовой модели рассмотрим линейный тренд и параболу второго порядка.

1. Первоначально оценим отклонения эмпирических значений числа зарегистрированных разбоев в РФ от теоретических, полученных по уравнению линейного тренда:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

Рассчитаем параметры уравнения прямой, используя метод наименьших квадратов. Промежуточные вычисления отразим в таблице 2.15.

$$\begin{cases} na_0 = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{323,7}{10} = 32,37$$

$$a_1 = \frac{\sum ty}{\sum t^2} = \frac{381,9}{330} = 1,16$$

Таблица 2.15

Расчетная таблица для определения параметров линейного тренда, описывающего тенденцию изменения числа зарегистрированных разбоев в РФ за период 1997-2006 гг.

Годы	y_t	t	ty	t^2
1997	16,5	-9	-148,5	81
1998	18,5	-7	-129,5	49
1999	30,4	-5	-152,0	25
2000	34,2	-3	-102,6	9
2001	37,9	-1	-37,9	1
2002	37,7	1	37,7	1
2003	34,6	3	103,8	9
2004	34,3	5	171,5	25
2005	38,5	7	269,5	49
2006	41,1	9	369,9	81
Итого	323,7	0	381,9	330

Таким образом, уравнение линейного тренда имеет вид:

$$\bar{y}_t = 32,37 + 1,16t .$$

Рассчитаем отклонения ε_t эмпирических значений числа зарегистрированных разбоев от выровненных по тренду (таблица 2.16, гр. 4).

Проранжируем полученные отклонения в порядке убывания (таблица 2.16, гр. 5).

Определим медиану отклонений ε_{med} :

$$\varepsilon_{med} = (-1,25 - 1,71) / 2 = -1,48$$

Сравним значения отклонений ε_t с ε_{med} :

- если $\varepsilon_t > \varepsilon_{med}$, то ставим «+»;
- если $\varepsilon_t < \varepsilon_{med}$, то «-».

Получили ряд плюсов и минусов. Отразим результаты в таблице 2.16.

Таблица 2.16

Расчетная таблица для определения параметров критерия серий, основанного на медиане выборки числа зарегистрированных разбоев в РФ за период 1997-2006 гг.

Год	y_t	t	\bar{y}_t	$y_t - \bar{y}_t$	$y_i - \bar{y}_t$ ранжированные	Знаки сравнения $\varepsilon_t \wedge \varepsilon_{med}$
А	1	2	3	4	5	6
1997	16,5	-9	21,93	-5,43	6,69	-
1998	18,5	-7	24,25	-5,75	5,31	-
1999	30,4	-5	26,57	3,83	4,17	+
2000	34,2	-3	28,89	5,31	3,83	+
2001	37,9	-1	31,21	6,69	-1,25	+
2002	37,7	1	33,53	4,17	-1,71	+
2003	34,6	3	35,85	-1,25	-1,99	+
2004	34,3	5	38,17	-3,87	-3,87	-
2005	38,5	7	40,49	-1,99	-5,43	-
2006	41,1	9	42,81	-1,71	-5,75	-

Выдвигается следующая гипотеза H_0 : если отклонения от тренда случайны, то и их чередование должно быть случайным.

Для проверки выдвинутой гипотезы определим длину наибольшей серии:

$$K_{\max}(n) = 5$$

и число серий $V(n)=3$;
 $n=10$.

Гипотеза не отвергается, если справедлива следующая система неравенств.

$$\begin{cases} K_{\max}(n) < 3,3(\lg n + 1) \\ V(n) > 0,5(n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \end{cases}$$
$$\begin{cases} 5 < 3,3(\lg 10 + 1) \\ 3 > 0,5(10 + 1 - 1,96\sqrt{10-1}) \end{cases}$$
$$\begin{cases} K_{\max}(n) < 6,6 \\ V(n) > 2,56 \end{cases}$$

Оба неравенства выполняются, гипотеза о случайности отклонений уровней ряда динамики от тренда в виде прямой $\bar{y}_t = 32,37 + 1,16t$ не отвергается.

1. Произведем оценку случайности отклонений эмпирических значений числа зарегистрированных разбоев в РФ от теоретических, полученных по уравнению параболы второго порядка:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

Для нахождения неизвестных параметров используем метод наименьших квадратов.

Параметры данного уравнения определим из следующей системы:

$$\begin{cases} a_0 n + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum t^2 y \end{cases}$$

Промежуточные вычисления приведены в таблице 2.17.

Таблица 2.17

Расчетная таблица для определения параметров параболы второго порядка, описывающей тенденцию изменения числа зарегистрированных разбоев в РФ за период 1997-2006 гг.

Годы	y_t	t	ty	t^2	t^4	$t^2 y$
1997	16,5	-9	-148,5	81	6561	1336,5
1998	18,5	-7	-129,5	49	2401	906,5
1999	30,4	-5	-152	25	625	760
2000	34,2	-3	-102,6	9	81	307,8
2001	37,9	-1	-37,9	1	1	37,9
2002	37,7	1	37,7	1	1	37,7
2003	34,6	3	103,8	9	81	311,4
2004	34,3	5	171,5	25	625	857,5
2005	38,5	7	269,5	49	2401	1886,5
2006	41,1	9	369,9	81	6561	3329,1
Итого	323,7	0	381,9	330	19338	9770,90

Подставив в данную систему вычисленные значения, получим следующие значения параметров уравнения параболы.

$$\begin{cases} a_0 = 36,00 \\ a_1 = 1,16 \\ a_2 = -0,11 \end{cases}$$

Полученное уравнение параболы второго порядка выглядит следующим образом:

$$\bar{y}_t = 36,00 + 1,16t - 0,11t^2$$

Рассчитаем отклонения ε_t эмпирических значений признака от выровненных по тренду (таблица 2.18, гр. 4).

Проранжируем полученные отклонения в порядке убывания (графа 5).

Определим медиану отклонений ε_{med} : $\varepsilon_{med} = (0,65 - 0,15)/2 = 0,25$.

Сравним значения отклонений ε_t с ε_{med} :

- если $\varepsilon_t > \varepsilon_{med}$, то ставим «+»;
- если $\varepsilon_t < \varepsilon_{med}$, то «-».

Получили ряд плюсов и минусов (графа 6).
Отразим результаты в таблице.

Таблица 2.18

Расчетная таблица для определения параметров критерия серий, основанного на медиане выборки

Год	y_t	t	\bar{y}_t	$y_i - \bar{y}_t$	$y_i - \bar{y}_t$ ранж	$\varepsilon_t \wedge \varepsilon_{med}$
А	1	2	3	4	5	6
1997	16,5	-9	16,65	-0,15	3,57	-
1998	18,5	-7	22,49	-3,99	3,17	-
1999	30,4	-5	27,45	2,95	2,95	+
2000	34,2	-3	31,53	2,67	2,67	+
2001	37,9	-1	34,73	3,17	0,65	+
2002	37,7	1	37,05	0,65	-0,15	+
2003	34,6	3	38,49	-3,89	-0,23	-
2004	34,3	5	39,05	-4,75	-3,89	-
2005	38,5	7	38,73	-0,23	-3,99	-
2006	41,1	9	37,53	3,57	-4,75	+

Выдвигается гипотеза H_0 : если отклонения от тренда случайны, то и их чередование должно быть случайным.

Для проверки выдвинутой гипотезы определим:

- длину наибольшей серии $K_{max}(n) = 4$;
- число серий $V(n)=4$;
- $n=10$.

Гипотеза не отвергается, если справедлива следующая система неравенств:

$$\begin{cases} K_{max}(n) < 3,3(\lg n + 1) \\ V(n) > 0,5(n + 1 - 1,96\sqrt{n - 1}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 < 3,3(\lg 10 + 1) \\ 4 > 0,5(10 + 1 - 1,96\sqrt{10 - 1}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 < 6,6 \\ 4 > 2,56 \end{cases}$$

Оба неравенства выполняются, следовательно гипотеза о случайности отклонений уровней ряда динамики числа заре-

гистрированных разбоев от тренда в виде параболы $\bar{y}_t = 36,00 + 1,16t - 0,11t^2$ не отвергается.

Пример. Произведем оценку случайности отклонений эмпирических значений объема платных услуг населению от теоретических, полученных на основе трендовых моделей, рассчитанных в таблице 2.10.

Промежуточные расчеты приведены в таблице 2.19.

Таблица 2.19

Расчетная таблица для определения параметров критерия серий, основанного на медиане выборки, для моделей линейного тренда и параболы второго порядка, описывающих тенденцию в изменении объема платных услуг населению РФ

Месяц	y^i	y_t прямая	ε_t	ε_t ранж.	Знаки отклонений	y_t парабола	ε_t	ε_t ранж.	Знаки отклонений
январь	21,4	21,82	-0,42	1,02	-	21,283	0,117	1,152	+
февраль	22,1	22,68	-0,58	0,78	-	22,423	-0,323	0,717	-
март	23,9	23,54	0,36	0,66	+	23,507	0,393	0,477	+
апрель	24,3	24,40	-0,10	0,62	-	24,535	-0,235	0,413	-
май	24,9	25,26	-0,36	0,36	-	25,507	-0,607	0,393	-
июнь	26,9	26,12	0,78	0,10	+	26,423	0,477	0,117	+
июль	28,0	26,98	1,02	-0,10	+	27,283	0,717	-0,035	+
август	28,5	27,84	0,66	-0,36	+	28,087	0,413	-0,235	+
сентябрь	28,8	28,70	0,10	-0,42	+	28,835	-0,035	-0,323	-
октябрь	28,6	29,56	-0,96	-0,58	-	29,527	-0,927	-0,607	-
ноябрь	29,3	30,42	-1,12	-0,96	-	30,163	-0,863	-0,863	-
декабрь	31,9	31,28	0,62	-1,12	+	30,748	1,152	-0,927	+

1. Произведем оценку случайности отклонений эмпирических значений объема платных услуг населению от теоретических, полученных на основе линейного тренда:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{med}} &= \frac{0,10 - 0,10}{2} = 0 \\ K_{\text{max}}(\mathbf{n}) &= 4 \\ V(\mathbf{n}) &= 6 \\ \left\{ \begin{array}{l} 4 < [3,3(\lg 12 + 1)] \\ 6 > \left[\frac{1}{2} (12 + 1 - 1,96\sqrt{12 - 1}) \right] \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} 4 < 6,86 \\ 6 > 3,25 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Оба приведенных неравенства выполняются одновременно, следовательно гипотеза о случайности отклонений эмпирических уровней ряда динамики объема платных услуг населению от теоретических, полученных по уравнению линейного тренда не отвергается.

2. Произведем оценку случайности отклонений эмпирических значений объема платных услуг населению от теоретических, полученных на основе параболы второго порядка:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{med}} &= \frac{0,117 + (-0,035)}{2} = 0,041 \\ K_{\text{max}}(\mathbf{n}) &= 3 \\ V(\mathbf{n}) &= 7 \\ \left\{ \begin{array}{l} 3 < [3,3(\lg 12 + 1)] \\ 7 > \left[\frac{1}{2} (12 + 1 - 1,96\sqrt{12 - 1}) \right] \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} 3 < 6,86 \\ 7 > 3,25 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Вывод аналогичен, то есть оба приведенных неравенства выполняются одновременно, следовательно гипотеза о случайности отклонений эмпирических уровней ряда динамики объема платных услуг населению от теоретических, полученных по уравнению параболы второго порядка не отвергается.

Критерий «восходящих» и «нисходящих» серий.

Этапы реализации метода:

• Последовательно сравниваются каждое следующее значение ε_{t+1} с предыдущим и ставится знак «+» или «-»:

$$\varepsilon_{t+1} > \varepsilon_t \quad - \quad \text{«+»}$$

$$\varepsilon_{t+1} < \varepsilon_t \quad - \quad \text{«-»}$$

$\varepsilon_{t+1} = \varepsilon_t$ — учитывается только одно наблюдение (другие опускаются).

- Определяется $k_{\max}(n)$ – длина наибольшей серии.
- Определяется $V(n)$ – общее число серий.
- Выдвигается и проверяется гипотеза H_0 : о случайности выборки и подтверждается, если выполняются следующие неравенства ($\alpha = 0,05$):

$$\begin{cases} V(n) > \left[\frac{1}{3}(2n-1) - 1,96\sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right]; \\ k_{\max}(n) \leq k_0(n). \end{cases} \quad (2.38)$$

где:

$k_0(n)$ — число подряд идущих «+» или «-» в самой длинной серии.

$k_0(n)$ — определяется следующим образом:

N	$k_0(n)$
$n \leq 26$	5
$26 < n \leq 153$	6
$153 < n \leq 1170$	7

Если хотя бы одно из неравенств не выполняется, то гипотеза о случайном характере отклонений уровней временного ряда от тренда отвергается.

Пример. Произведем оценку случайности отклонений эмпирических значений числа зарегистрированных разбоев в РФ от теоретических, полученных по уравнениям линейного тренда и параболы второго порядка.

1. В качестве примера рассмотрим отклонения от линейного тренда.

Расчет параметров линейного тренда был произведен ранее и получено уравнение тренда:

$$\bar{y}_t = 32,37 + 1,16t.$$

Определим отклонения эмпирических значений признака от теоретических, полученных по уравнению тренда.

Последовательно сравним каждое следующее значение ε_t с предыдущим:

- если $\varepsilon_{t+1} > \varepsilon_t$, то ставится «+»;
- если $\varepsilon_{t+1} < \varepsilon_t$ ставится «-».

Результат отразим в таблице.

Таблица 2.20

Расчетная таблица критерия «восходящих» и «нисходящих» серий (по отклонениям от линейного тренда)

Год	y_t	\bar{y}_t	$y_t - \bar{y}_t$	$\varepsilon_{t+1} \wedge \varepsilon_t$
1997	16,5	21,93	-5,43	
1998	18,5	24,25	-5,75	-
1999	30,4	26,57	3,83	+
2000	34,2	28,89	5,31	+
2001	37,9	31,21	6,69	+
2002	37,7	33,53	4,17	-
2003	34,6	35,85	-1,25	-
2004	34,3	38,17	-3,87	-
2005	38,5	40,49	-1,99	+
2006	41,1	42,81	-1,71	+

Выдвигается гипотеза H_0 : о случайности отклонений в ряду динамики.

Для проверки выдвинутой гипотезы определим:

- длину наибольшей серии $K_{\max}(n) = 3$;
- число серий $V(n)=4$;
- при $n < 26$ $K_0(n)=5$.

Гипотеза не отвергается, если справедлива следующая система неравенств:

$$\begin{cases} V(n) > \left[\frac{1}{3}(2n-1) - 1,96\sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right] \\ K_{\max}(n) \leq K_0(n) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 > \left[\frac{1}{3}(2 \cdot 10 - 1) - 1,96 \sqrt{\frac{16 \cdot 10 - 29}{90}} \right] \\ 3 \leq \bar{5} \end{cases} \quad \begin{cases} 4 > 3,97 \\ 3 \leq 5 \end{cases} .$$

Оба неравенства выполняются, следовательно гипотеза о случайности отклонений уровней ряда динамики числа зарегистрированных разбоев в РФ от линейного тренда $\bar{y}_t = 32,37 + 1,16t$ не отвергается.

1. В качестве примера рассмотрим оценку случайности отклонений эмпирических значений числа зарегистрированных разбоев РФ от теоретических, полученных по уравнению параболы второго порядка $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$.

Расчет параметров параболы был произведен ранее и получено уравнение тренда $\bar{y}_t = 36,00 + 1,16t - 0,11t^2$.

Последовательно сравним каждое следующее значение ε_t с предыдущим:

- если $\varepsilon_{t+1} > \varepsilon_t$ то ставится «+»;
- если $\varepsilon_{t+1} < \varepsilon_t$ ставится «-». Результат отразим в таблице 2.21.

Таблица 2.21

**Расчетная таблица критерия «восходящих» и «нисходящих»
серий (по отклонениям от параболы второго порядка)**

Год	y_t	\bar{y}_t	$y_t - \bar{y}_t$	$\varepsilon_{t+1} \wedge \varepsilon_t$
1997	16,5	16,65	-0,15	
1998	18,5	22,49	-3,99	-
1999	30,4	27,45	2,95	+
2000	34,2	31,53	2,67	-
2001	37,9	34,73	3,17	+
2002	37,7	37,05	0,65	-
2003	34,6	38,49	-3,89	-
2004	34,3	39,05	-4,75	-
2005	38,5	38,73	-0,23	+
2006	41,1	37,53	3,57	+

Выдвигается гипотеза H_0 : о случайности отклонений эмпирических значений числа зарегистрированных разбоев от теоретических, полученных по уравнению второго порядка.

Для проверки выдвинутой гипотезы определим:

- длину наибольшей серии $K_{\max}(n) = 3$;
- число серий $V(n)=6$;
- при $n \leq 26$ $K_0(n)=5$.

Гипотеза не отвергается, если справедлива следующая система неравенств.

$$\begin{cases} V(n) > \left[\frac{1}{3}(2n-1) - 1,96\sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right] \\ K_{\max}(n) \leq K_0(n) \end{cases}$$
$$\begin{cases} 6 > \left[\frac{1}{3}(2 \cdot 10 - 1) - 1,96\sqrt{\frac{16 \cdot 10 - 29}{90}} \right] \\ 3 \leq 5 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 6 > 3,97 \\ 3 \leq 5 \end{cases}$$

Оба неравенства выполняются, гипотеза о случайности отклонений уровней ряда динамики от параболы второго порядка $\bar{y}_t = 36,00 + 1,16t - 0,11t^2$ не отвергается.

Критерий восходящих и нисходящих серий показал случайность отклонений уровней ряда динамики от тренда в виде прямой и в виде параболы.

2.6. Модели периодических колебаний

При рассмотрении квартальных и месячных данных часто обнаруживаются периодические колебания, вызываемые сменой времен года. Их называют сезонными.

Изучение сезонных колебаний имеет самостоятельное значение как исследование особого типа динамики.

Сезонность можно понимать как внутригодовую динамику вообще.

Во многих случаях сезонность приносит ущерб экономике в связи с неравномерным использованием оборудования и рабочей силы, с неравномерной нагрузкой транспорта, поставкой сырья для других отраслей, связанных с сезонными отраслями.

Выявление сезонной составляющей может быть произведено на основе следующих методов, примеры на которые приведены ниже (таблицы 2.22 и 2.23).

I. Метод абсолютных разностей (таблица 2.22):

- для каждого месяца определяется средняя за 5 лет $\left[\bar{y}_t \right]$:

$$\bar{y}_1 = \frac{117,8 + 125,1 + 126,8 + 131,8 + 138,7}{5} = 128,04$$

$$\bar{y}_2 = \frac{108,1 + 118,4 + 118,2 + 121,3 + 129,8}{5} = 119,16$$

- определяется среднемесячный уровень для пятилетки:

$$\bar{y} = \frac{128,04 + 119,16 + 139,06 + \dots + 128,58}{12} = \frac{1728,54}{12} = 144,05$$

- звенья сезонной волны абсолютных разностей = $\bar{y}_t - \bar{y}$:

$$128,04 - 144,05 = -16,01$$

$$119,16 - 144,05 = -24,89$$

.....

$$128,58 - 144,05 = -15,47$$

II. Метод отношений помесечных средних (\bar{y}_t) к средней за весь период (таблица 2.22):

$$I_s = \frac{\bar{y}_t}{\bar{y}} \cdot 100, \text{ - индекс сезонности} \quad (2.39)$$

где:

\bar{y}_t – средняя для каждого месяца

\bar{y} – общий среднемесячный уровень за весь период.

$$I_{S_1} = \frac{128,04}{144,05} \cdot 100\% = 88,9\%$$

$$I_{S_2} = \frac{119,16}{144,05} \cdot 100\% = 82,7\%$$

...

$$I_{S_{12}} = \frac{128,58}{144,05} \cdot 100\% = 89,3\%$$

III. Метод отношений помесечных уровней к средней месячной данного года (таблица 2.22):

- для каждого месяца рассчитывается средняя величина показателя за каждый год:

$$\bar{y}_{1998} = \frac{117,8 + 108,1 + \dots + 118,8}{12} = 136,0$$

$$\bar{y}_{1999} = \frac{125,1 + 118,4 + \dots + 122,5}{12} = 140,8$$

- определяется отношение каждого помесечного фактического уровня к этим средним:

$$\frac{y_t}{y_{год}} = \frac{117,8}{136,0} \cdot 100\% = 86,6\%;$$

$$\frac{108,1}{136,0} \cdot 100\% = 79,5\%;$$

$$\frac{127,9}{136,0} \cdot 100\% = 94,0\%.$$

- определяется сумма по месяцам за 5 лет:

$$\text{Январь} \quad 86,6 + 88,8 + 88,8 + 89,3 + 90,7 = 444,2$$

$$\text{Февраль} \quad 79,5 + 84,1 + 82,8 + 82,2 + 84,8 = 413,4$$

$$I_s = \sum : 5$$

$$I_{s_{январь}} = \frac{444,2}{5} \cdot 100\% = 88,8\%$$

$$I_{s_{февраль}} = \frac{413,4}{5} \cdot 100\% = 82,7\%.$$

Таблица 2.22
I. Метод абсолютных разностей
Выявление сезонной компоненты в изменении объема строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами

Месяц	III														
	2002	2003	2004	2005	2006	\bar{y}_t	Звенья сезонной волны	J_s %	$\frac{y_t}{y_{2002}}$	$\frac{y_t}{y_{2003}}$	$\frac{y_t}{y_{2004}}$	$\frac{y_t}{y_{2005}}$	$\frac{y_t}{y_{2006}}$	$\sum 5 лет$	I_s
Январь	117,8	125,1	126,8	131,8	138,7	128,04	-16,01	88,9	86,6	88,8	88,8	89,3	90,7	444,2	88,8
Февраль	108,1	118,4	118,2	121,3	129,8	119,16	-24,89	82,7	79,5	84,1	82,8	82,2	84,8	413,4	82,7
Март	127,9	136,5	138,6	142,6	149,7	139,06	-4,99	96,5	94,0	96,9	97,1	96,6	97,8	482,4	96,5
Апрель	132,4	138,4	139,8	144,6	150,8	141,20	-2,85	98,0	97,4	98,3	97,9	98,0	98,6	490,2	98,0
Май	162,8	163,1	159,0	167,3	168,2	164,08	20,03	113,9	119,7	115,8	111,4	113,3	109,9	570,0	114,0
Июнь	172,5	176,9	183,0	178,9	187,1	179,68	35,63	124,7	126,8	125,6	128,2	121,2	122,3	624,1	124,8
Июль	168,0	171,0	177,4	177,8	182,5	175,34	31,29	121,7	123,5	121,4	124,3	120,5	119,3	609,0	121,8
Август	159,0	162,7	163,8	168,9	173,2	165,52	21,47	114,9	116,9	115,6	114,8	114,4	113,2	574,9	115,0
Сентябрь	135,7	139,5	144,4	147,0	153,1	143,94	-0,11	99,9	99,8	99,1	101,2	99,6	100,0	499,7	99,9
Октябрь	118,9	123,2	123,3	131,8	133,9	126,22	-17,83	87,6	87,4	87,5	86,4	89,3	87,5	438,1	87,6
Ноябрь	110,0	112,6	113,8	124,8	127,4	117,72	-26,33	81,7	80,9	80,0	79,7	84,6	83,3	408,5	81,7
Декабрь	118,8	122,5	124,8	134,8	142,0	128,58	-15,47	89,3	87,4	87,0	87,5	91,3	92,8	446,0	89,2
Итого	1631,9	1689,9	1712,9	1771,6	1836,4	1728,54	-	1200	≈1200	≈1200	≈1200	≈1200	≈1200	-	≈1200
Средний уровень ряда \bar{y}	136,0	140,8	142,7	147,6	153,0	144,05	-	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	-	100,0

IV. Метод относительных величин (таблица 2.23).

- определяются цепные темпы роста: $\frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$

$$\frac{108,1}{117,8}; \frac{127,9}{108,1}; \frac{132,4}{127,9}; \dots; \frac{118,8}{110,0}$$

- определяется средняя для каждого месяца:

$$\frac{105,3 + 103,6 + 105,7 + 109,9}{4} = 106,1;$$

$$\frac{91,8 + 94,6 + 92,3 + 91,9 + 93,6}{5} = 92,8$$

- расчет скорректированных средних (на основе перехода от цепных индексов к базисным):

$$\bar{y}_{\text{январь}} = 100\%$$

$$\bar{y}_{\text{март}} = 93,0 \cdot 116,7 = 108,5$$

$$\bar{y}_{\text{ср}} = 100 \cdot 93,0 : 100 = 93$$

$$\bar{y}_{\text{апр.}} = 108,5 \cdot 101,6 = 110,2 \text{ и } \dots$$

- $106,5$ (посл. знач) $\Rightarrow \frac{6,5}{12} = 0,54$ – поправка: $0,54 \cdot 2$; $0,54 \cdot 3 \dots$

- скорректированные средние с учетом поправки:

$$\text{март} = 108,5 - 1,08 = 107,4.$$

- сопоставить скорректированные средние со $109,5$ (средняя).

IV. Метод относительных величин на основе медианы (таблица 2.23):

- определяются цепные темпы роста помесячно (см. ранее);
- цепные T_p ранжируются по возрастанию (помесячно);

$$\text{определяется } M_e : M_{e_{\text{январь}}} = \frac{105,3 + 105,7}{2} = 105,5;$$

$$M_{e_{\text{ср.}}} = 93,2 \dots$$

IV. Метод относительных величин
Выявление сезонной компоненты в изменении объема строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами
 Таблица 2.23

Месяц	$\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ 2002 %	$\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ 2003 %	$\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ 2004 %	$\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ 2005 %	$\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ 2006 %	$\frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ %	Скорректиро- ванные поправки Δ	Скорректи- рованные средние с учетом поправки J_s %	Ранжированные темпы роста					Скорректиро- ванные Ма %	Поправка Δ	Скор- ректиро- ванные Ма %	С учетом поправки	
									I	II	III	IV	V					
Январь	-	105,3	103,6	105,7	109,9	106,1	100,0	-	-	-	103,6	105,3	105,7	109,9	105,5	100,0	-	-
Февраль	91,8	94,6	92,3	91,9	93,6	93,0	93,0	84,5	91,8	91,9	93,2	93,6	94,6	93,2	93,2	0,325	92,9	-
Март	118,3	115,3	117,2	117,6	115,3	116,7	108,5	107,4	98,1	115,3	117,2	117,6	118,3	117,2	109,2	0,65	108,6	-
Апрель	103,5	101,5	100,9	101,4	100,8	101,6	110,2	108,6	99,2	100,8	101,4	101,5	103,5	101,4	110,7	0,975	109,7	-
Май	122,9	117,8	113,7	115,7	111,5	116,3	128,2	126,0	115,1	111,5	113,7	115,7	117,8	122,9	115,7	1,300	126,8	-
Июнь	105,9	108,5	115,1	106,9	111,3	109,5	140,4	2,70	137,7	125,7	105,9	108,5	111,3	115,1	108,5	139,0	1,625	137,4
Июль	97,4	96,6	96,9	99,4	97,5	97,6	137,0	3,24	133,6	122,0	96,6	97,4	97,5	99,4	97,4	135,4	1,950	133,4
Август	94,6	95,1	92,3	95,0	94,9	94,4	129,3	3,78	125,5	114,6	92,3	94,6	95,0	95,1	94,9	128,5	2,275	126,2
Сентябрь	85,4	85,8	88,2	86,9	88,4	86,9	112,4	4,32	108,1	97,8	84,5	86,9	88,2	88,4	86,9	111,7	2,600	109,1
Октябрь	87,6	88,3	85,3	89,7	87,4	87,7	98,6	4,86	93,7	85,6	85,3	87,4	88,3	89,7	87,6	97,8	2,925	94,9
Ноябрь	92,5	91,4	92,3	94,7	95,1	93,2	91,9	5,40	86,5	78,9	91,4	92,3	92,5	94,7	92,5	90,5	3,290	87,2
Декабрь	107,9	108,9	109,6	108,0	111,5	109,2	100,4	5,94	94,5	86,3	107,9	108,0	109,6	111,5	108,9	98,5	3,575	94,9
Январь	-	-	-	-	-	106,1	106,5	6,48	100,0	91,3	-	-	-	-	105,5	103,9	3,900	100
Итого	-	-	-	-	-	-	-	-	1314,1	1200	-	-	-	-	1208,6	-	-	1321,1
В сред- нем	-	-	-	-	-	-	-	-	109,5	100,0	-	-	-	-	-	-	-	110,1

V. Метод относительных величин на основе медианы
(таблица 2.23):

- определяются цепные темпы роста ежемесячно (см. ранее);
- цепные T_p ранжируются по возрастанию (ежемесячно);

- определяется M_e : $M_{e_{янв.}} = \frac{105,3 + 105,7}{2} = 105,5$;
 $M_{e_{ср.}} = 93,2 \dots$

- скорректированные медианы:

$$\begin{aligned} M_{e_{я}} &= 100\% ; \\ M_{e_{ср.}} &= 93,2 ; \\ M_{e_{МАРТ}} &= 93,2 \cdot 117,2 = 109,2 ; \\ M_{e_{АПР.}} &= 109,2 \cdot 101,4 = 110,7 \dots \end{aligned}$$

- размер поправки $\Delta = \frac{3,9}{12} = 0,325$;
- скорректированные M_e с учетом поправки:
 - март = $109,2 - 0,650 = 108,6 \dots$
- сопоставить скорректированное значение M_e со средней $[110,1]$:

$$\frac{92,9}{110,1} = 84,4; \quad \frac{108,6}{110,1} = 98,6 \dots$$

$I_s = -; 84,4; 98,6; 99,6; 115,2; 124,8; 121,2; 114,6; 99,1; 86,2; 98,8$

Итого =1200,00 или 100,0 – средняя.

Можно построить модель сезонной волны и численно определить размах сезонных колебаний, характер их проявления в различных отраслях народного хозяйства.

Моделью периодически изменяющихся уровней служит ряд **Фурье**:

$$\bar{y}_t = a_0 + \sum_{k=0}^m (a_k \cos kt + b_k \sin kt), \quad (2.39)$$

где:

k — определяет номер гармоники ряда Фурье и может быть взята с разной степенью точности (чаще от «1» до «4»).

Параметры уравнения определяются методом наименьших квадратов, то есть по условию $\sum (y - \bar{y}_t)^2 \Rightarrow \min$. Решая систему нормальных уравнений, получим:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{n} \sum y; \\ a_k &= \frac{1}{n} \sum y \cos kt; \\ b_k &= \frac{1}{n} \sum y \sin kt \end{aligned} \quad (2.40)$$

Для изучения сезонности берется ($n = 12$) по числу месяцев в году.

Как правило, при выравнивании по ряду Фурье рассчитывают не более четырех гармоник и затем уже определяют, какая гармоника наилучшим образом отражает периодичность изменения уровней ряда.

Так, при $k=1$: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t$;
 $k=2$: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t$. (2.41)

Рассчитав остаточные дисперсии $\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n}$ для 2-х случаев, можно сделать вывод, какая гармоника Фурье наиболее близка к фактическим уровням ряда.

Моделирование сезонности проводится в следующей последовательности:

1. Определяется тенденция исходного ряда динамики и ее аналитическое выражение, например, в виде линейного тренда:

$$f(t) = \bar{y}_t = a_0 + a_1 t.$$

Например, предположим, что динамика объема строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами, наилучшим образом описывается уравнением следующего вида:

$$\bar{y}_t = 144,05 + 0,158t.$$

2. Определяются \bar{y}_t - теоретические уровни ряда динамики;
3. Определяется $(y_t : \bar{y}_t \cdot 100\%)$ - по месяцам года.
4. Определяются средние арифметические по месяцам года. Получается ряд индексов, характеризующих сезонную волну.
5. Определяется модель сезонной волны:

$$\bar{y}_t = a_0 + \sum (a_k \cos kt + b_k \sin kt) - \text{ряд Фурье.}$$

k - порядковый номер гармонии. $[= 4]$

$$k = 1 \quad \bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t \tag{2.42}$$

$$k = 2 \quad \bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t$$

$$k = 3 \quad \bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t + a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t$$

$$k = 3 \quad \bar{y}_t = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t + a_3 \cos 3t + b_3 \sin 3t + a_4 \cos 4t + b_4 \sin 4t$$

Таблица 2.24

**Множители гармонического анализа n=12
для расчета коэффициентов a_k и b_k**

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\cos 3t$	$\cos 4t$	$\sin t$	$\sin 2t$	$\sin 3t$	$\sin 4t$
0	1	1	1	1	0	0	0	0
$\pi/6$	0,866	0,5	0	-0,5	0,5	0,866	1	0,866
$\pi/3$	0,5	-0,5	-1	-0,5	0,866	0,866	0	-0,866
$\pi/2$	0	-1	0	1	1	0	-1	0
$2\pi/3$	-0,5	-0,5	1	-0,5	0,866	-0,866	0	0,866
$5\pi/6$	-0,866	0,5	0	-0,5	0,5	-0,866	1	-0,866
π	-1	1	-1	1	0	0	0	0
$7\pi/6$	-0,866	0,5	0	-0,5	-0,5	0,866	-1	0,866
$4\pi/3$	-0,5	-0,5	1	-0,5	-0,866	0,866	0	-0,866
$3\pi/2$	0	-1	0	1	-1	0	1	0
$5\pi/3$	0,5	-0,5	-1	-0,5	-0,866	-0,866	0	0,866
$11\pi/6$	0,866	0,5	0	-0,5	-0,5	-0,866	-1	0,866

$$u_t = y_t - \bar{y}_t \quad (\bar{y}_t = a_0 + a_1 t = 144,05 + 0,158t)$$

u_t — остатки от линейной тенденции.

$$N=60 \text{ [5лет} \div \text{12мес.]}$$

$$\bar{u}_{t_1} = -25,899 \cos t + 10,065 \sin t$$

$$\bar{u}_{t_2} = -25,899 \cos t + 10,065 \sin t + 8,656 \cos 2t - 2,686 \sin 2t$$

$$\bar{u}_{t_3} = -25,899 \cos t + 10,065 \sin t + 8,656 \cos 2t - 2,686 \sin 2t + 0,386 \cos 3t - 1,362 \sin 3t$$

$$\bar{u}_{t_4} = -25,899 \cos t + 10,065 \sin t + 8,656 \cos 2t - 2,686 \sin 2t + 0,386 \cos 3t - 1,362 \sin 3t + 1,021 \cos 4t - 3,399 \sin 4t$$

Таблица 2.25

Распределение дисперсии между гармониками

k	a _k	b _k	c _k	Вклад в дисперсию	Вклад %	
					отд.	Σ-ный
1	-25,899	10,065	27,786	386,031	86,2	86,2
2	8,656	-2,686	9,063	41,071	9,2	95,4
3	0,386	-1,362	1,681	1,414	0,3	95,7
4	1,021	-3,399	3,549	6,298	1,4	97,1

} Накопленные значения

$$\Sigma = 434814$$

$$C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \tag{2.43}$$

Вклад в дисперсию $\sigma_t^2 = \frac{c_k^2}{2}$

Дисперсия общая: $\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum u_t^2 = 448,012$

Вклад отдельный:

$$\frac{386,031}{448,012} \cdot 100\% = 86,2\%;$$

$$\frac{41,071}{448,012} \cdot 100\% = 9,2\%$$

...

Модель имеет вид:

$$\hat{y}_{t+L}^* = f(t) + u_t = (a_0 + a_1 t) + (a_1 \cos t + b_1 \sin t)$$

$$\hat{y}_{t+L}^* = (144,05 + 0,158t) + 10,065 \sin t - 25,899 \cos t .$$

2.7. Модели связанных временных рядов

Метод наименьших квадратов, используемый в регрессионном анализе для определения коэффициентов регрессии, основывается на предпосылке независимости друг от друга отдельных наблюдений одной и той же переменной. В динамических же рядах существует еще и автокорреляция. Поэтому величины коэффициентов регрессии, полученных по способу наименьших квадратов, не имеют нужных статистических свойств. Наличие автокорреляции приводит к искажению средних квадратических ошибок коэффициентов регрессии, что в свою очередь затрудняет построение доверительных интервалов по ним и проверку их значимости по соответствующим критериям. Автокорреляция также может привести к сокращению числа наблюдений ввиду невозможности потерять показатели одного и того же объекта за ряд лет, поскольку наблюдение одного объекта за десять лет качественно отличается от наблюдений десяти объектов за одно и то же время. Возникает автокорреляция и в отклонениях от трендов, а также в случайных остатках уравнений регрессии, построенных по многомерным рядам динамики.

Автокорреляция – это наличие сильной корреляционной зависимости между последовательными уровнями временного ряда.

Автокорреляция может быть следствием следующих причин:

- Не учтен в модели существенный фактор, при этом его влияние отражается на величине отклонений, которые в этом случае показывают закономерность в изменении, связанную с изменением неучтенного фактора.
- В модели не учитывается несколько факторов, влияние каждого из которых в отдельности не существенно, но при совпадении изменений этих факторов по направлению и по фазе в отклонениях может возникнуть автокорреляция.
- Автокорреляция в отклонениях может появиться в случае, когда неправильно выбрана форма связи между y и x .
- Неверно выбран порядок авторегрессионной модели.

- Вследствие специфичности внутренней структуры случайного компонента.

Прежде чем делать вывод о тесноте связи между рассматриваемыми рядами динамики, необходимо проверить наличие автокорреляции в них, чтобы оценить степень зависимости между соседними уровнями временного ряда.

Наличие автокорреляции устанавливается с помощью **коэффициента автокорреляции**, который определяется на основе формулы коэффициента корреляции для парной (линейной) связи между уровнями исходного ряда и того же ряда, но сдвинутого на τ шагов во времени:

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - \bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t+1}}{\sigma_{y_t} \cdot \sigma_{y_{t+1}}}, \quad (2.44)$$

где:

y_t — эмпирические значения уровней ряда;

y_{t+1} — эмпирические значения уровней, сдвинутые на один период времени ($\tau = 1$).

Возникает проблема заполнения последнего уровня ряда y_{t+1} . В данном случае возможны два варианта:

1. Если значение последнего уровня мало отличается от первого, то чтобы ряд не укорачивался, его можно условно дополнить $y_{t+1} = y_t$. Тогда

$$\begin{aligned} \bar{y}_t &= \bar{y}_{t+1} \\ \sigma_{y_t} &= \sigma_{y_{t+1}} \end{aligned} \quad (2.45)$$

И коэффициент автокорреляции будет равен:

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - (\bar{y}_t)^2}{\sigma_{y_t}^2} \quad (2.46)$$

где:

$$\overline{x_t \cdot x_{t+1}} = \frac{\sum x_t \cdot x_{t+1}}{n} \quad (2.47)$$

$$\sigma_{x_t}^2 = \frac{\sum x_t^2}{n} - \left(\bar{x}_t\right)^2$$

$$\bar{x}_t = \frac{\sum x_t}{n} \quad (2.48)$$

Затем аналогично рассчитывается коэффициент автокорреляции для всех временных рядов, входящих в связный.

Если $r_a > r_{a\text{кр}}$ при заданном уровне значимости α и n , то в исходном временном ряду существует автокорреляция, в противном случае она отсутствует.

Последовательность значений коэффициентов автокорреляции r_τ вычисленных при $\tau = 1, 2, \dots, l$, называют автокорреляционной функцией. Эта функция дает представление о внутренней структуре изучаемого экономического явления.

Для проверки автокорреляции в уровнях ряда также используется **критерий Дарбина-Уотсона**. Гипотеза о наличии автокорреляции проверяется с помощью случайной величины:

$$d_p = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (y_{t+1} - y_t)^2}{\sum_{t=1}^n y_t^2} \quad (2.49)$$

$$0 \leq d \leq 4.$$

Если автокорреляции в ряду нет, то значения критерия d колеблются вокруг 2.

Эмпирическое значение d сравнивается с табличным значением.

В таблице есть два значения критерия – d_1 и d_2 , v и n , где:

d_1 и d_2 – нижняя и верхняя границы теоретических значений;
 v – число факторов в модели;

n – число членов временного ряда.

Если 1) $d < d_1$ – в ряду есть автокорреляция;

2) $d > d_2$ – автокорреляции нет;

3) $d_1 \leq d \leq d_2$ – необходимо дальше исследовать автокорреляцию.

Иногда приходится при анализе рядов динамики исследовать вопрос о наличии или отсутствии автокорреляции не между самими уровнями ряда, а между их отклонениями от среднего уровня или от выровненного уровня.

При значении $r_a \leq 0,3$ необходимо проверять наличие автокорреляции в остатках с помощью коэффициента Дарбина-Уотсона для остаточных величин:

$$d = \frac{\sum (\xi_t - \xi_{t+1})^2}{\sum \xi_t^2}, \quad (2.50)$$

где:

ξ_t — отклонения эмпирических значений уровней от теоретических, полученных по уравнению тренда.

Существует теоретическое распределение значений d_p для положительной автокорреляции с вероятностью 0,95, где:

d_1 и d_2 — нижняя и верхняя границы теоретических значений;

v — число факторов в модели;

N — число членов временного ряда.

При применении критерия Дарбина-Уотсона расчетное значение d_p сравнивается с табличными d_1 и d_2 . При этом возникает три исхода:

1) $d < d_1 \Rightarrow$ вывод о наличии автокорреляции в отклонениях;

2) $d > d_2 \Rightarrow$ вывод об отсутствии автокорреляции;

3) $d_1 \leq d \leq d_2 \Rightarrow$ необходимо дальше исследовать автокорреляцию.

Возможные значения критерия находятся в пределах $0 \leq d \leq 4$. Они различны для положительной и отрицательной автокорреляции. Так как при отрицательной автокорреляции $d \in [2; 4]$, для проверки следует определять величину $(4 - d)$.

Если в рядах динамики или в остаточных величинах имеется автокорреляция, то оценки коэффициентов регрессии, полученные методом наименьших квадратов, будут несмещенными, но неэффективными, так как наличие автокорреляции увеличивает дисперсии коэффициентов регрессии.

Это затрудняет построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии и проверку их значимости.

Из этого следует сделать вывод, что прежде чем проводить корреляционно-регрессионный анализ временных рядов, необходимо исключить из исследуемых рядов автокорреляцию.

После того как установлено наличие автокорреляции следует приступить к построению модели.

Основными моделями связанных рядов динамики являются модели авторегрессии.

В настоящее время разработано **четыре способа исключения автокорреляции:**

1. Основан на использовании, так называемых, **последовательных или конечных разностей.**

Модель данным методом имеет вид:

$$\Delta y_{t+1} = a_0 + a_1 \Delta x_{1, t+1} + a_2 \Delta x_{2, t+1} + \dots + a_k \Delta x_{k, t+1}. \quad (2.51)$$

Сущность метода заключается в последовательном исключении величины предшествующих уровней из последующих:

$$\begin{array}{ll} \Delta_x = x_t - x_{t-1} & \Delta_{y1} = y_t - y_{t-1} \\ \Delta_y = y_t - y_{t-1} & \dots \\ & \Delta_{x1} = x_t - x_{t-1} \\ & \Delta_{x2} = x_{t-1} - x_{t-2} \end{array} \quad (2.52)$$

При коррелировании разностей измеряется теснота связи между разностями последовательных величин уровней в каждом динамическом ряду.

Показателем тесноты связей между изучаемыми рядами является **коэффициент корреляции разностей:**

$$r_{\Delta_x \Delta_y} = \frac{\sum \Delta_x \Delta_y}{\sqrt{\sum \Delta_x^2 \cdot \Delta_y^2}}. \quad (2.53)$$

2. По отклонениям эмпирических значений от выравненных по тренду

Определяется тенденция исходных рядов динамики. Рассчитывается тренд, и его величина исключается из каждого уровня.

Модель в общем виде может быть представлена следующим образом:

$$y - \bar{y}_t = a_0 + a_1(x_1 - \bar{x}_{1t}) + a_2(x_2 - \bar{x}_{2t}) + \dots + a_k(x_k - \bar{x}_{kt}). \quad (2.54)$$

При коррелировании отклонений фактических уровней от выравненных необходимо:

- 1) произвести аналитическое выравнивание сравниваемых рядов по любому рациональному многочлену;
- 2) определить величину отклонения каждого фактического уровня ряда динамики от соответствующего ему выравненного значения;
- 3) произвести коррелирование полученных отклонений.

Коэффициент корреляции отклонений определяется по формуле:

$$r_{d_x, d_y} = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d_x^2 \cdot d_y^2}}, \quad (2.55)$$

где:

$$\begin{aligned} d_y &= y_t - \bar{y}_t \\ d_x &= x_t - \bar{x}_t. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Коэффициент корреляции отклонений характеризует степень тесноты связи между отклонениями фактических уровней сравниваемых рядов от соответствующих им выравненных уровней коррелируемых рядов динамики.

3. Метод Фриша-Вои

Этот метод заключается в ведении времени как дополнительного факторного признака. Это возможно только в случае, если основные тенденции временных рядов одинаковы. В этом случае парные связи обращаются в связи многофакторные и расчеты коэффициента корреляции и уравнения рег-

рессии проводятся методами многофакторной корреляции и регрессии.

Коэффициент корреляции рассчитывается как **множественный**:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\text{ост}}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (2.57)$$

где:

$$\sigma_{\text{ост}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y}_t)^2}{n}}.$$

$\sigma_{\text{ост}}^2$ — остаточная дисперсия;

σ_y^2 — общая дисперсия.

При построении многофакторных моделей по динамическим рядам возникает проблема мультиколлинеарности.

Под *мультиколлинеарностью* в этом случае понимают наличие сильной корреляционной зависимости между факторными признаками.

Мультиколлинеарность часто представляет опасность для правильного определения степени тесноты связи и оценки ее значимости.

Мультиколлинеарность затрудняет проведение анализа, так как усложняется процесс выделения наиболее существенных факторов и искажается смысл коэффициента регрессии.

Мультиколлинеарность возникает в том случае, когда факторными признаками выступают синтетические показатели. Например, в качестве факторов рентабельности могут рассматриваться объем реализации, производительность труда, фондоотдача, которые сильно коррелированы между собой.

На практике считают два фактора сильно коррелированными, если парный коэффициент корреляции между ними по абсолютной величине больше 0,8.

Довольно приблизительным методом обнаружения мультиколлинеарности является следующее правило. Фактор

можно отнести к числу мультиколлинеарных, если коэффициент корреляции, характеризующий зависимость результативного признака от этого фактора больше, чем коэффициент множественной корреляции между результативным признаком и множеством остальных факторов.

Меры по устранению мультиколлинеарности в основном сводятся к следующему:

- построение уравнений регрессии по отклонениям от тренда или по конечным разностям;
- преобразование множества факторов в несколько ортогональных множеств с использованием методов многомерного анализа (факторного анализа или метода главных компонент);
- исключение из рассмотрения одного или нескольких линейно связанных факторов. Это исключение следует вести с крайней осторожностью, основываясь на тщательном экономическом анализе.

Очистив таким образом уровни ряда динамики от автокорреляции и мультиколлинеарности, остается «подравнять» эти уровни по времени. Для этого необходимо рассмотреть вопрос о временном лаге.

Временным лагом называется запаздывание (или опережение) процесса развития, представленного одним временным рядом, по сравнению с развитием, предоставленным другим рядом.

Временной лаг определяется на основе перебора парных коэффициентов корреляции между абсолютными уровнями двух рядов динамики. Возможно наличие временного лага и в данных, которые изображают динамику годовых показателей.

Следовательно, приведение данных к сопоставимому виду с точки зрения автокорреляции, коллинеарности и временного лага является предварительным условием построения многофакторной модели динамики.

Построенная с соблюдением этих условий многофакторная регрессионная модель $\bar{y}'_t = f'(x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$, (где знак ' показывает номер этапа) будет характеризовать среднее влия-

ние факторных признаков на резульативный признак за рассматриваемый интервал времени. Величина этого влияния, выраженная коэффициентами регрессии, частными коэффициентами эластичности и β – коэффициентами будет изменяться от года к году.

При продолжительном времени (свыше 10 лет) это будет означать недоучет влияния НТР, изменение энерговооруженности труда, замещение одного сырья другим и т.д. Эти недостатки отражения связи могут быть устранены несколькими способами.

Один из них состоит в разбиении всего периода времени T на пять интервалов. При этом выдвигается гипотеза, что за равные интервалы времени коэффициенты регрессии изменяются незначительно. Исходя из этого, можно построить пять уравнений, аналогичных вышеприведенному. Следовательно, каждое значение коэффициента регрессии a_i будет иметь пять оценок. Итак, получается временной ряд для каждого коэффициента регрессии. По этим рядам динамики можно построить временные модели (тренды) для каждого коэффициента по одному динамическому ряду. Так получается модель по уравнениям регрессии.

Но при построении такой модели возникает ряд проблем. Прежде всего, при расчленении экономических динамических рядов и определяющих их факторов на интервалы, число интервалов должно быть достаточно велико, чтобы ряды динамики, составленные из этих интервалов, правильно отражали тенденцию изменения влияния факторных признаков на резульативные. Число лет, входящих в один интервал, должно быть в 3–4 раза больше числа переменных, входящих в регрессионное уравнение.

Однако исследователь часто располагает более короткими рядами динамики, следовательно, практически применять такие модели крайне затруднительно, а иногда и невозможно.

Поэтому рассмотрим другие методы построения многофакторных моделей.

Предположим, что зависимость результативного признака экономического явления от ряда факторных может быть записана уравнением:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 x_{1t} + a_2 x_{2t} + \dots + a_k x_{kt} \quad (2.58)$$

($t = 1, 2, \dots, k$) и коэффициенты регрессии изменяются во времени по линейной функции так, что их можно записать уравнениями:

$$\begin{aligned} a_0 &= b_{00} + b_{01}t \\ a_1 &= b_{10} + b_{11}t \\ &\dots\dots\dots \\ a_k &= b_{k0} + b_{k1}t \end{aligned} \quad (2.59)$$

В этом случае уравнение регрессии примет вид:

$$\bar{y}_t = (b_{00} + b_{01}t) + (b_{10} + b_{11}t)x_{1t} + (b_{20} + b_{21}t)x_{2t} + \dots + (b_{k0} + b_{k1}t)x_{kt}. \quad (2.60)$$

Параметры этого уравнения находятся по способу наименьших квадратов и показывают, как меняется во времени действие отдельных факторов на результативный признак рассматриваемого социально-экономического явления.

Применение приведенного уравнения с большим числом факторов требует использования рядов с числом уровней в 6–7 раза больше числа параметров.

Однако в данном случае рассматривались линейные тренды параметров уравнения регрессии, а при криволинейных трендах число параметров самого уровня значительно увеличивается и, следовательно, ряд динамики должен быть еще длиннее.

Таким образом, пользоваться только что рассмотренным методом на практике бывает затруднительно. Особенно трудно вести оценку значимости параметров. Обычно имеющиеся в распоряжении исследования временные ряды за 20–25 лет недостаточны. Они должны быть значительно длиннее, чтобы были получены достаточно достоверные выводы.

Контрольные вопросы к разделу II

1. Приведите классификацию статистических моделей.
2. Покажите, что статистическое прогнозирование является частью общей теории прогностики.
3. Дайте классификацию временных рядов и проиллюстрируйте примерами.
4. Сформулируйте понятие «модели» и «моделирования».
5. В чем отличие стационарных от нестационарных временных рядов.
6. Охарактеризуйте составляющие компоненты временного ряда.
7. Сформулируйте основные этапы проведения экономико-статистического анализа.
8. В чем различие понятий «тренд» и «тенденция».
9. Назовите виды тенденции в рядах динамики.
10. Перечислите методы выявления тенденции в рядах динамики.
11. Сформулируйте сущность метода кумулятивного Т-критерия.
12. Назовите методы выявления тенденции по видам во временных рядах.
13. Сформулируйте сущность метода сравнения средних уровней временного ряда.
14. Сформулируйте сущность метода Фостера-Стюарта.
15. В чем сущность процедуры центрирования в методе скользящих средних.
16. Чем определяется порядок скольжения в методе скользящих средних.
17. Сформулируйте основные требования реализации метода скользящих средних.
18. Сформулируйте сущность метода аналитического выравнивания.
19. Какие Вы знаете сглаживающие функции? Как происходит выбор функции?

20. Представьте графическое обоснование случайного компонента.
21. Перечислите методы оценки случайного компонента.
22. Сформулируйте гипотезу, проверяемую на основе критерия «восходящих» и «нисходящих» серий.
23. Сформулируйте сущность дисперсионного метода анализа.
24. Что такое связанные или многомерные временные ряды?
25. Что понимают под автокорреляцией временных рядов и какие существуют методы исключения автокорреляции?
26. Перечислите способы построения регрессионных моделей методом наименьших квадратов по динамическим рядам?
27. В чем особенность изучения сезонного компонента?
28. Перечислите методы выявления сезонного компонента.
29. В чем особенность моделирования сезонного компонента?
30. Чем определяется порядок гармоник Фурье?

Раздел III.

Прогнозирование динамики социально-экономических явлений и процессов

3.1. Сущность и классификация статистических прогнозов

Статистическое прогнозирование, наряду с другими видами прогнозирования социально-экономических явлений и процессов, является инструментом управления и развития.

Прогнозирование – это вид познавательной деятельности человека, направленной на формирование прогнозов развития объектов, на основе анализа тенденций и закономерностей его развития.

Прогнозирование – это научное, основанное на системе установленных причинно-следственных связей и закономерностей, выявление состояния и вероятностных путей развития явлений и процессов.

Прогнозирование предопределяет оценку показателей и дает характеристику явлений и процессов в будущем. Прогнозирование распространяется на такие процессы управления, которые в момент выработки прогнозов можно определить в весьма малом диапазоне, либо совсем невозможно, либо возможно, но требует учета действия таких факторов, влияние которых не может быть полностью или однозначно определено.

В зависимости от степени конкретности и характера воздействия на ход исследуемых процессов и явлений можно выделить три основные понятия прогнозирования:

- гипотеза;
- предсказание;
- прогноз.

Данные понятия тесно взаимосвязаны в своих проявлениях друг с другом и с исследуемым объектом и представляют собой последовательные ступени познания поведения явления и объекта в будущем.

Гипотеза – это научно обоснованное предположение либо о непосредственно ненаблюдаемом факте, либо о закономерном порядке, объясняющем известную совокупность явлений.

На уровне гипотезы дается качественная характеристика объекта, выражающая общие закономерности его поведения.

Гипотезой является не всякая догадка, а лишь предположение, которое носит вероятный характер. Установив, что группа явлений, закономерная связь которых неизвестна, имеет ряд тождественных черт с другой группой явлений, закономерная связь которых уже установлена, делается вывод о вероятности частичного сходства искомой закономерной связи с уже определенной.

Развиваясь, гипотеза одновременно подвергается проверке, необходимость которой вытекает из самой сущности гипотезы как предположения.

Проверка гипотезы состоит в том, что все следствия, полученные посредством теоретического анализа основного допущения гипотезы сопоставляются с эмпирическими данными.

Если по одной и той же задаче, проблеме и так далее возникает одновременно несколько гипотез и известно, какие гипотезы здесь вообще возможны, а какие – нет, то доказательством истинности одной из рассматриваемых гипотез является установление ложности всех остальных.

Степень вероятности гипотезы тем выше, чем разнообразнее и многочисленнее ее следствия, подтвержденные эмпирическим путем.

Достаточность условий реализации гипотез, их вероятность теоретически и практически граничит с высокой степенью достоверности. Гипотеза оказывает воздействие на процесс через прогноз, являясь важным источником информации для его составления.

Предсказание – это предвидение таких событий, количественная характеристика которых невозможна или затруднена.

Прогноз – это количественное, вероятностное утверждение в будущем о состоянии объекта или явления с относительно высокой степенью достоверности, на основе анализа тенденций и закономерностей прошлого и настоящего.

Прогноз в сравнении с гипотезой имеет большую определенность и достоверность, так как основывается как на качественных, так и на количественных характеристиках. В отдельных случаях прогноз может носить качественный характер, но в его основе всегда лежат количественные явления.

Для осуществления прогноза, то есть определения понятий, как будут осуществляться и развиваться прогнозируемые явления в будущем, необходимо знать тенденции и закономерности прошлого и настоящего. При этом, следует помнить, что будущее зависит от многих случайных факторов, сложное переплетение и сочетание которых учесть практически невозможно. Следовательно, все прогнозы носят вероятностный характер.

Прогнозы можно подразделить в зависимости от целей, задач, области применения, времени упреждения, источников информации и так далее.

1. В зависимости от целей исследования прогнозы делятся на поисковые и нормативные.

Нормативный прогноз – это прогноз, который предназначен для указания возможных путей и сроков достижения заданного, желаемого конечного состояния прогнозируемого объекта, то есть нормативный прогноз разрабатывается на базе заранее определенных целей и задач.

Поисковый прогноз не ориентируется на заданную цель, а рассматривает возможные направления будущего развития прогнозируемого объекта, то есть выявление того, как будет развиваться объект в будущем полностью зависит от сохранения существующих тенденций.

Таким образом, поисковый прогноз отталкивается при определении будущего состояния объекта от его прошлого и настоящего, а нормативный прогноз осуществляется в обратной последовательности: от заданного состояния в будущем к

существенным тенденциям и закономерностям в соответствии с поставленной задачей.

2. В зависимости от специфики области применения прогноза и от объекта прогнозирования прогнозы подразделяются на:

- естественнонаучные - это прогнозы в области естественных наук, например, в биологии, медицине и так далее;
- научно-технические - это, например, инженерное прогнозирование технических характеристик узлов, деталей и так далее;
- общественнонаучные - это прогнозы в области общественных наук, например, в экономике, демографии и т.д.

3. В зависимости от масштабности объекта, прогнозы бывают:

- глобальные - рассматривают наиболее общие тенденции и закономерности в мировом масштабе;
- макроэкономические - анализируют наиболее общие тенденции явлений и процессов в масштабе экономики страны в целом;
- структурные (межотраслевые и межрегиональные) - прогнозы развития экономики в разрезе отраслей;
- региональные - прогнозы развития отдельных регионов;
- отраслевые - прогнозируют развитие отраслей;
- микроэкономические - прогнозы развития отдельных предприятий, производств и так далее.

4. По сложности прогнозы различают:

- сверхпростые - прогноз на основе одномерных временных рядов, когда отсутствуют связи между признаками;
- простые - прогнозы, предполагающие учет оценки связей между факторными признаками;
- сложные - прогнозы, оценка связей между признаками в которых определяется на основе системы уравнений или многофакторного динамического прогнозирования.

5. По времени упреждения выделяются следующие прогнозы социально-экономических явлений и процессов:

- текущие - до 1 года;
- краткосрочные - 1 - 3 года;

- среднесрочные – 3 – 5 лет;
- долгосрочные – 5 – 10 лет;
- дальнесрочные – 10 и более лет.

Период упреждения прогноза – это отрезок времени от момента, для которого имеются последние фактические данные об изучаемом объекте, до момента, к которому относится прогноз.

Период упреждения прогноза зависит от специфики и особенностей изучаемого объекта исследования, от интенсивности изменения показателей, от продолжительности действия выявленных тенденций и закономерностей, от длины временного ряда и от многих других факторов.

Перечисленные виды прогнозов по времени упреждения отличаются друг от друга по своему содержанию и характеру оценок исследуемых процессов.

Текущий прогноз основан на предположении о том, что в прогнозируемом периоде не произойдет существенных изменений в исследуемом объекте, а если и произойдут, то количественно несущественные.

Краткосрочный и среднесрочные прогнозы предполагают, что произойдут существенные изменения с изучаемым объектом как в количественных, так и в качественных характеристиках. При этом в краткосрочном и среднесрочном прогнозах оценка явлений и процессов дается в разрезе количественно-качественном, а в долгосрочном и дальнесрочном прогнозах – качественно-количественном.

Выбор методов прогнозирования осуществляется в соответствии с характером объекта, требований, предъявляемых к информационному обеспечению, а также на основе сравнения эффективности и оптимальности решения аналогичных задач.

Отличительной чертой социально-экономических явлений и процессов является инерционность, проявляющаяся, с одной стороны в сохранении взаимосвязей прогнозируемого явления с другими явлениями, а с другой – в сохранении тенденции во времени.

Для обеспечения научной обоснованности и достоверности социально-экономических прогнозов необходимо, чтобы в ходе их составления раскрывались и познавались причинно-следственные связи и факторы, характеризующие развитие процессов и явлений, изучались их внутренние структурные связи, а также внешняя среда, в которой они проявляются.

Основными этапами разработки статистических прогнозов являются:

1. Анализ объекта прогнозирования. На этом этапе рассматривается состояние, основные элементы, взаимосвязи и факторы, формирующие и оказывающие влияние на исследуемых объект; выдвигается основная рабочая гипотеза; выявляются причинно-следственные связи как внутри явления, так и вне его и определяется их статистическое выражение.

2. Характеристика информационный базы исследования.

На данном этапе выдвигаются основные требования, предъявляемые к информационной базе. При этом различают количественную информацию, обработку которой осуществляют статистическими методами, и качественную информацию, сбор и обработка которой производится преимущественно эвристическими и непараметрическими статистическими методами анализа.

3. Выбор метода прогнозирования.

Процесс выбора метода прогнозирования обусловлен объективизацией прогноза, которая обеспечивает реализацию наиболее точного и достоверного прогноза. С этой целью целесообразно использовать различную исходную информацию и несколько методов прогнозирования.

4. Построение исходной модели прогноза и ее реализация. Данный этап предполагает, что основой построения прогноза является разработка достаточно адекватной исходной модели, обладающей прогностическими свойствами.

5. Проверка достоверности, точности и обоснованности прогноза.

На данном этапе дается достоверная оценка процесса прогнозирования на основе расчета и анализа абсолютных,

относительных и средних показателей точности прогноза. Надежность прогноза определяется, как правило, величиной доверительных интервалов.

6. Принятие решений на основе прогнозной модели и выработка рекомендаций о возможностях ее использования для получения прогнозных оценок.

Построение достаточно точных и надежных прогнозов позволяет на практике наиболее четко сформулировать резервы и пути развития изучаемых социально-экономических явлений и процессов.

Одним из наиболее распространенных методов прогнозирования социально-экономических явлений и процессов является *экстраполяция*, то есть продление тенденции и закономерностей, связей и соотношений прошлого и настоящего на будущее.

Типичным примером экстраполяции являются прогнозы по одномерному временному ряду, которые заключаются в продлении на будущий период сложившейся тенденции изучаемого явления. Основная цель данного прогноза заключается в том, чтобы показать, к каким результатам можно прийти в будущем, если развитие явления будет происходить со скоростью, ускорением и так далее, аналогичным прошлого периода. Если прогнозная оценка окажется неудовлетворительной, то сложившаяся в прошлом тенденция должна быть изменена с учётом тех факторов, под влиянием которых она складывается.

Широкое практическое применение методов экстраполяции трендов объясняется простотой метода, сравнительно небольшим объемом информации и четкостью механизма реализации, лежащих в его основе предпосылок.

Теоретической основой распространения тенденции на будущее является свойство социально-экономических явлений, называемое инерционностью.

***Инерционность** – это сохранение тенденций, закономерностей, скорости и характера развития явлений и процессов в будущем, измеренных по данным прошлого периода.*

Статистическое прогнозирование предполагает достаточно точное количественное измерение вероятных возможностей,

ожидаемых значений признака. Для данной цели важно, чтобы прогностическая модель имела достаточную точность или допустимо малую ошибку прогноза.

Ошибка статистического прогноза будет тем меньше, чем меньше срок упреждения и чем длиннее информационная база прогноза. Ошибки прогноза имеют следующие особенности: состояние и параметры процесса в ближайшем будущем более сходны с фактическими данными и поэтому их предвидеть можно точнее, чем параметры того же процесса в далеком будущем.

Если тенденция динамики сохранялась неизменной 30 лет, есть гораздо большая вероятность ее сохранения и в последующие пять лет, чем если существующая тенденция возникла всего десять лет назад.

Однако из этих условий нельзя однозначно вывести какой-либо универсальный алгоритм определения допустимого срока упреждения при заданной точности прогноза либо наоборот. Приходится на данном этапе ограничиться чисто эмпирическим правилом: в большинстве случаев срок упреждения не должен превышать трети части длины базы прогноза. Иначе говоря, для прогноза на 5 уровней желательно иметь временной ряд для прогноза по длине не менее чем 15 уровней.

В каждом конкретном исследовании соотношение длины базы прогноза и срока упреждения необходимо обосновать, кроме учета вышеперечисленных общих правил, используя еще и всю возможную информацию об особенностях изучаемого объекта.

Прогнозы на основе экстраполяции временных рядов, как и любые статистические прогнозы, могут быть либо точечными, либо интервальными.

Экстраполяцию в общем виде можно представить формулой вида:

$$\hat{y}_{t+L}^* = f(y_t, L, a_t) \quad (3.1)$$

где:

y_t — текущий уровень исходного временного ряда;

L — период упреждения;

a_t — параметр уравнения тренда.

В зависимости от того, какие принципы и исходные данные положены в основу прогноза, можно выделить следующие группы методов прогнозирования социально-экономических явлений:

1. прогнозирование на основе простейших методов;
2. прогнозирование на основе экстраполяции трендов;
3. прогнозирование на основе дисконтирования информации;
4. прогнозирование на основе кривых роста.

Данные группы методов прогнозирования наиболее подробно будут рассмотрены в следующих параграфах.

3.2. Простейшие методы прогнозной экстраполяции

Наиболее простыми методами прогнозирования по одномерным временным рядам, являются:

- прогнозирование в предположении абсолютной неизменности значений предшествующих уровней в будущем;
- метод среднего уровня ряда;
- метод среднего абсолютного прироста;
- метод среднего темпа роста.

Рассмотрим каждый из названных методов.

Прогнозирование в предположении абсолютной неизменности значений предшествующих уровней исходит из утверждения, что каждое следующее прогнозное значение будет равно предыдущему значению признака, то есть:

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+L}^* &= \hat{y}_{t+L-1}^*; & \hat{y}_{t+1}^* &= y_t \\ \hat{y}_{t+2}^* &= \hat{y}_{t+1}^*\end{aligned}\tag{3.2}$$

где:

\hat{y}_{t+L}^* — прогнозное значение на период упреждения L.

\hat{y}_{t+L-1}^* — прогнозное значение, предшествующее периоду упреждения L.

Данный случай прогнозирования является частным и в практике статистического прогнозирования социально-экономических явлений встречается крайне редко.

Другим простейшим методом прогнозирования социально-экономических явлений является **метод прогнозирования на основе среднего уровня ряда**.

Данный метод прогнозирования используется для случаев, когда изменение значений уровней временных рядов носит стационарный характер.

При построении прогноза данным методом используется принцип, согласно которому значения всех последующих прогнозируемых уровней принимаются равными среднему значению уровней ряда в прошлом, то есть:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y}, \quad (3.3)$$

Таким образом получают точечный прогноз.

Однако, рассматривая временный ряд как выборку из некоторой генеральной совокупности, сложно предположить, что прогнозная точечная оценка полностью совпадает с эмпирическими значениями признака. В этом случае целесообразно определить доверительный интервал прогноза путем построения интервального прогноза данным методом по выражению вида:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y} \pm t_{\alpha} \sigma_{\bar{y}}, \quad (3.4)$$

где:

t_{α} — табличное значение;

t — критерий Стьюдента с $(n-1)$ числом степеней свободы и уровнем значимости;

$\sigma_{\bar{y}}$ — средняя квадратическая ошибка средней, которая определяется по формуле:

$$\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}, \quad (3.5)$$

где:

σ_y — среднее квадратическое отклонение, которое определяется как:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad (3.6)$$

где:

y_t – эмпирические значения уровней временного ряда;

\bar{y} – средний уровень исходного временного ряда;

n – число уровней ряда.

Полученный таким образом (3.4) доверительный интервал учитывает колеблемость выборочных средних и предполагает, что каждая следующая прогнозная оценка будет равна среднему уровню ряда динамики. При этом упускается из вида возможность колеблемости эмпирических значений признака вокруг средней, то есть в определении доверительного интервала. В расчете дисперсии необходимо учесть как колеблемость выборочных средних, так и степень варьирования индивидуальных эмпирических значений признака вокруг средней.

В этом случае доверительный интервал прогнозной оценки можно определить по выражению вида:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \bar{y} \pm t_\alpha \cdot \sigma_y \sqrt{1 + \frac{1}{n}}, \quad (3.7)$$

Как видно, общая вариация прогнозируемого социально-экономического явления, то есть его ошибка, определяется суммой двух дисперсий: общая дисперсия и дисперсия выборочной средней при условии рассмотрения исходного временного ряда как выборки из некоторой генеральной совокупности.

Прогнозирование методом среднего абсолютного прироста предполагает, что общая тенденция развития изучаемого социально-экономического явления наилучшим образом аппроксимируется линейной формой аналитического выражения.

Применение данного метода прогнозирования возможно при предварительной проверке следующих предпосылок:

1. Абсолютные цепные приросты ($\Delta_t = y_t - y_{t-1}$, где:

y_t – значение уровня t -го периода; y_{t-1} – значение уровня предшествующего t -му периоду времени) должны быть приблизительно одинаковыми;

2. Должно выполняться неравенство вида:

$$\sigma^2_{\text{ост}} \leq \rho^2,$$

где:

$\sigma^2_{\text{ост}}$ – остаточная дисперсия, определяемая по формуле:

$$\sigma^2_{\text{ост}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_{\Delta})^2}{n}, \quad (3.8)$$

где:

y_t – эмпирические значения уровней ряда динамики;

\bar{y}_{Δ} – теоретические значения уровней ряда, выравненные методом среднего абсолютного прироста.

n – число уровней исходного ряда динамики.

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n}, \quad (3.9)$$

где:

Δ_t – цепные абсолютные приросты уровней исходного временного ряда.

После проверки и подтверждения выполнения данной предпосылки можно приступить к прогнозированию методом среднего абсолютного прироста, общая модель прогноза которого имеет вид:

$$\hat{y}_{t+L}^* = y_t + \bar{\Delta} \cdot L, \quad (3.10)$$

где:

y_t – последний уровень исходного ряда динамики (для перспективного прогноза) или уровень принятый за базу экстраполяции;

L – период упреждения прогноза;

$\bar{\Delta}$ – средний абсолютный прирост, который определяется по формулам вида:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} \quad \text{или} \quad \bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_t}{n-1}, \quad (3.11)$$

где:

y_n – последний уровень исходного ряда динамики;

y_1 – первый уровень исходного ряда динамики.

Как видно из приведенных преобразований, прогнозирование методом среднего абсолютного прироста заключается в непрерывном увеличении последнего уровня исходного ряда динамики на величину среднего абсолютного прироста на всем периоде упреждения.

Пример. По следующим данным об объеме ипотечного кредитования коммерческой недвижимости в одном из регионов РФ за период январь-август 2006 г. построить прогноз методом среднего абсолютного прироста на сентябрь – ноябрь 2006 г. (таблица 3.1).

Таблица 3.1

**Расчетная таблица для определения прогнозных значений
методом среднего абсолютного прироста**

Месяц	Кредиты, млн. руб., y_t	Абсолютные цепные при- росты, $(\Delta_t = y_t - y_{t-1})$	\bar{y}_{Δ}	$(y_t - \bar{y}_{\Delta})$	$(y_t - \bar{y}_{\Delta})^2$	Δ_t^2
январь	201,8	-	201,8	0	0	-
февраль	202,4	0,6	202,8	-0,4	0,16	0,36
март	203,1	0,7	203,8	-0,7	0,49	0,49
апрель	204,0	0,9	204,8	-0,8	0,64	0,81
май	205,2	1,2	205,8	-0,6	0,36	1,44
июнь	206,4	1,2	206,8	-0,4	0,16	1,44
июль	207,6	1,2	207,8	-0,2	0,04	1,44
август	208,8	1,2	208,8	0	0	1,44
Итого	1639,3	7,0	-	-	1,85	7,42

Средний абсолютный прирост составил:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{208,8 - 201,8}{8-1} = 1,0 \text{ млн. руб.}$$

или
$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{n-1} = \frac{0,6 + 0,7 + 0,9 + 1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,2}{8-1} = 1,0 \text{ млн. руб.}$$

Проверим неравенство: $\sigma^2_{\text{ост}} \leq \rho^2$.

$$\sigma^2_{\text{ост}} = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_{\bar{\Delta}})^2}{n} = \frac{1,85}{8} = 0,231;$$

$$\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{t=1}^n \Delta_t^2}{n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7,42}{8} = 0,464,$$

следовательно, основная предпосылка выполняется, что свидетельствует о том, что данным методом можно прогнозировать объем ипотечного кредитования.

Прогнозные оценки данного показателя на сентябрь – ноябрь 2006 г. составят:

$$\hat{y}_{\text{сент.}}^* = 208,8 + 1 \cdot 1 = 209,8 \text{ млн. руб.}$$

$$\hat{y}_{\text{окт.}}^* = 208,8 + 1 \cdot 2 = 210,8 \text{ млн. руб.}$$

$$\hat{y}_{\text{нояб.}}^* = 208,8 + 1 \cdot 3 = 211,8 \text{ млн. руб.}$$

Прогнозирование методом среднего темпа роста осуществляется в случае если темпы роста цепные, рассчитанные по данным исходного ряда динамики за исследуемый период времени, имеют приблизительно одинаковое цифровое значение, а тенденция развития явления подчиняется геометрической прогрессии и может быть описана показательной (экспоненциальной) кривой.

Модель прогноза методом среднего темпа роста имеет вид:

$$\hat{y}_{t+L}^* = y_t \cdot \bar{T}_p^L, \quad (3.12)$$

где:

y_t – последний уровень исходного ряда динамики (для перспективного прогноза) или уровень принятый за базу экстраполяции (во всех остальных случаях);

\bar{T}_p – средний темп роста, который определяется по формулам вида:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

или

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p_{ц1}} \cdot T_{p_{ц2}} \cdot \dots \cdot T_{p_{ц_{n-1}}}} = \sqrt[n-1]{\prod T_{p_{ц}}}, \quad (3.13)$$

где:

y_n – последний уровень исходного ряда динамики;

y_1 – первый уровень исходного ряда динамики;

$T_{p_{y_{2,3,\dots,n-1}}}$ – цепные темпы роста;

$\prod T_{p_y}$ – произведение цепных темпов роста

Сумма теоретических значений $\sum y_{\bar{T}_p}$, полученных в результате выравнивания по среднему темпу роста, должна совпадать с суммой эмпирических значений исходного временного ряда ($\sum y_t$):

$$\sum_{\bar{T}_p}^{n-1} \bar{y}_{\bar{T}_p} = \sum_{t=1}^n y_t, \quad (3.14)$$

Несовпадение данных сумм может быть вызвано следующими причинами:

1. исходному временному ряду свойственна другая закономерность, а не экспоненциальная;

2. существенное и значимое влияние на изучаемое социально-экономическое явление оказывают случайные факторы.

Пример. По следующим данным об объеме товарооборота по торговым точкам города в январе-мае 2006 г. постройте прогноз на июнь-июль 2006 г. методом среднего темпа роста (таблица 3.2).

Таблица 3.2

Расчетная таблица для определения прогнозных значений методом среднего темпа роста

Месяц	Объем товарооборота, млн. руб.	$Tp_{ц}$	$\bar{y} \bar{T}p$
январь	10	-	10,0
февраль	11	1,10	11,4
март	13	1,18	13,0
апрель	15	1,15	14,8
май	17	1,13	16,8
Итого	66	-	66,0

Средний темп роста составил:

$$\bar{T}p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[5-1]{\frac{17}{10}} = 1,14$$

или

$$\begin{aligned} \bar{T}p &= (\sqrt[Tp_{ц1} \cdot Tp_{ц2} \cdot \dots \cdot Tp_{ц_{n-1}}]{})^{n-1} = \\ &= \sqrt[n-1]{\prod Tp_{ц}} = \sqrt[5-1]{1,10 \cdot 1,18 \cdot 1,15 \cdot 1,13} = 1,14 \end{aligned}$$

Прогноз объема товарооборота по торговым точкам города составил:

$$\hat{y}_{\text{июнь}}^* = 17 \cdot 1,14^1 = 19,4 \text{ млн. руб.}$$

$$\hat{y}_{\text{июль}}^* = 17 \cdot 1,14^2 = 22,1 \text{ млн. руб.}$$

Рассмотренные методы прогнозирования являются простейшими, и поэтому прогнозы, полученные на их основе, являются приближенными и не всегда надежны при увеличении периода упреждения. Как правило, эти методы используются только при краткосрочном прогнозировании.

Применение этих методов в среднесрочном и долгосрочном прогнозировании нецелесообразно, так как они не только не учитывают вариацию, скачки внутри временного ряда, но и в основе построения моделей прогноза и получения прогнозных оценок на всем периоде упреждения лежит принцип равномерного увеличения или уменьшения (в зависимости от знака абсолютного прироста или допустимых границ темпа роста) исследуемого явления, в частности его последнего уровня в исходном временном ряду, от одного периода упреждения к другому на постоянную величину, количественно выраженную значением среднего абсолютного прироста или среднего темпа роста.

3.3. Прогнозирование на основе экстраполяции тренда

Наиболее распространенным методом прогнозирования выступает аналитическое выражение тренда. При этом, для выхода за границы исследуемого периода достаточно продолжить значения независимой переменной – времени.

При таком подходе к прогнозированию предполагается, что размер уровня, характеризующего явление, формируется под воздействием множества факторов, причем не представляется возможным выделить порознь их влияние. В связи с этим ход развития связывается не с какими-либо конкретными факторами, а с течением времени, то есть:

$$\bar{y}_t = f(t), \quad (3.15)$$

Экстраполяция дает возможность получить точечное значение прогноза. Точечный прогноз есть оценка прогнозируемого показателя в точке (в конкретном году, месяце, дне) по уравнению, описывающему тенденцию показателя.

Точечная оценка рассчитывается путем подстановки номера года t , на который рассчитывается прогноз, в уравнение тренда. Она является средней оценкой для прогнозируемого интервала времени.

Совпадение фактических данных и прогностических оценок – явление маловероятное, поэтому целесообразно определить доверительные интервалы прогноза.

Величина доверительного интервала определяется следующим образом:

$$\hat{y}_t^* \pm t_\alpha \cdot \sigma_{\bar{y}_t}, \quad (3.16)$$

где:

$\sigma_{\bar{y}_t}$ – средняя квадратическая ошибка тренда;

\hat{y}_t^* – расчетное прогнозное значение уровня;

t_α – доверительное значение критерия Стьюдента.

Метод прогнозирования на основе экстраполяции тренда базируется на следующих предпосылках:

1. исходный временной ряд должен описываться плавной кривой;
2. общие условия, определяющие тенденцию развития изучаемого явления в прошлом и настоящем не должны претерпевать значительных изменений в будущем;
3. исходный ряд динамики должен иметь достаточное число уровней, с тем, чтобы отчетливо проявилась тенденция.

Трендовые модели выражаются различными функциями $\bar{y}_t = f(t)$, на основе которых строятся модели прогноза и осуществляется их оценка.

На практике наибольшее распространение получили следующие виды трендовых моделей:

1. линейная $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 + a_1 t$;
2. параболы различных степеней:

- 2-го порядка $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$;
- 3-го порядка (кубическая)
 $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ и т.д.
- 3. степенная: $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 + a_1 t^{a_2}$
 $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 + a_1 t^{-a_2}$
- 4. показательная: $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 \cdot a_1^t$, (3.17)
 $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 \cdot e^t$
 $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 \cdot e^{a_1 t}$
- 5. логарифмическая: $\hat{y}_{t+L}^* = a_0 + a_1 \lg t$.

При этом наиболее существенным вопросом прогнозирования по трендовым моделям является проблема точного прогноза.

Точная оценка прогноза весьма условна в силу следующих причин:

1. Выбранная для прогнозирования функция дает лишь приближенную оценку тенденции, так как она не является единственно возможной.

2. Статистическое прогнозирование осуществляется на основе ограниченного объема информации, что, в свою очередь, сказывается на величине доверительных интервалов прогноза.

3. Наличие в исходном временном ряду случайного компонента приводит к тому, что любой прогноз осуществляется лишь с определенной долей вероятности.

Рассматривая получение интервальных или точечных оценок прогноза следует учитывать, что в отдельных случаях получение более точных оценок не гарантирует надежности прогноза.

Применение трендовых моделей прогнозирования социально-экономических явлений имеет большую значимость и,

несмотря на определенную простоту их реализации, часто используются для прогнозирования сложных социально-экономических явлений.

Если выбранная модель тренда достаточно правильно отражает тенденцию развития, то полученные на ее основе прогнозы практически всегда надежны.

Прогнозирование методом экстраполяции тренда основывается на анализе тенденций развития одномерных временных рядов социально-экономических явлений и процессов.

Однако прогноз по аналитическому выражению тренда имеет один существенный недостаток, который иногда приводит к большим ошибкам при прогнозировании явления.

Дело заключается в том, что в данном случае прогнозируется только детерминированная составляющая ряда динамики и не учитывается случайный компонент. Чтобы избежать этой ошибки и сделать прогноз более точным, надо отыскать закономерность изменения во времени случайного компонента. Для этого принято вначале находить отклонения от тренда и определять закономерность их изменения во времени, а затем делать прогноз случайной составляющей динамического ряда. Результаты обоих прогнозов объединяются. Рассматриваемый метод тогда дает удовлетворительные результаты, когда в эмпирическом ряду случайные колебания будут небольшими и между ними отсутствует автокорреляция.

3.4. Прогнозирование с учетом дисконтирования информации

Рассмотренные выше методы прогнозирования на основе временных рядов были основаны на равнозначной оценке исходной информации, независимо от того отражала эта информация последние или прошлые тенденции развития социально-экономических явлений и процессов.

Для получения достоверных прогнозов существенно: какая, по времени отражения прогнозируемых явлений, ин-

формация используется для получения прогноза. Практика показывает, что для точных и надежных прогнозных оценок наиболее ценной является информация последних уровней.

Следовательно и оценивать исходную информацию необходимо по-разному: наиболее позднюю (последнюю) информацию необходимо оценивать выше, чем информацию, характеризующую тенденцию явления в прошлом. Такая оценка информации может быть произведена путем взвешивания или дисконтирования.

Принцип дисконтирования предполагает, что для построения точных и надежных прогнозов более поздняя информация имеет больший удельный вес по степени информативности, чем более ранняя информация.

На принципе дисконтирования информации разработаны следующие методы статистического прогнозирования:

1. метод простого экспоненциального сглаживания;
2. метод гармонических весов.

Данные методы могут быть использованы при прогнозировании социально-экономических явлений и процессов только при условии выполнения следующих предпосылок их реализации:

— исходные ряды динамики должны быть достаточно длинными с тем, чтобы более четко проявилась тенденция изменения социально-экономических явлений;

— в уровнях исходных временных рядов должны отсутствовать скачки в развитии явления;

— должен соблюдаться принцип инерционности, то есть тенденции и закономерности прошлого и настоящего могут продлеваться на будущее и для получения значительных изменений в основных характеристиках социально-экономических явлений необходимо, чтобы существовал значительный период упреждения.

Метод простого экспоненциального сглаживания заключается в том, что уровни исходного временного ряда взвешиваются с помощью скользящей средней, веса которой подчиняются экспоненциальному закону распределения.

Данная скользящая средняя получила название экспоненциальной средней ($S_t(y)$) и позволяет проследить закономерности изменения явления в динамике по наиболее существенным, последним уровням.

Особенность метода заключается в том, что при расчете теоретических значений полученных по модели тренда, учитываются только значения предыдущих уровней временного ряда, взятых с определенным весом.

Общая формула расчета экспоненциальной средней имеет вид:

$$S_t(y) = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot S_{t-1}(y), \quad (3.18)$$

где:

$S_t(y)$ — значение экспоненциальной средней временного ряда для момента t ;

$S_{t-1}(y)$ — значение экспоненциальной средней для момента $(t-1)$;

y_t — значение последнего уровня исходного ряда динамики (для перспективного прогнозирования) или значение уровня временного ряда социально-экономического явления в момент t ;

α — параметр сглаживания (вес t -го значения уровня временного ряда).

Из формулы (3.18) видно, что при вычислении экспоненциальной средней $S_t(y)$ используется значение только предыдущей экспоненциальной средней $S_{t-1}(y)$ и значение последнего уровня временного ряда, а все предыдущие уровни ряда опускаются.

Одной из проблем практической реализации метода простого экспоненциального сглаживания является определение значения параметра сглаживания α .

От значения параметра α зависят веса предшествующих уровней временного ряда и в соответствии с этим степень их влияния на сглаживаемый уровень, а следовательно и значения прогнозных оценок. Чем больше значение параметра сглаживания α , тем меньше влияние на прогнозные оценки предшествующих уровней и тем следовательно меньше сглаживающее влияние экспоненциальной средней.

Если α стремится к 1 – это означает, что при прогнозе в основном учитывается влияние только последних уровней временного ряда.

Если α стремится к 0 – это означает, что при прогнозе учитываются прошлые уровни временного ряда.

Автор метода простого экспоненциального сглаживания Р.Г. Браун предложил следующую формулу расчета α :

$$\alpha = \frac{2}{n+1}, \quad (3.19)$$

где:

n – число уровней временного ряда, вошедших в интервал сглаживания.

Пределы изменения α установлены эмпирическим путем и изменяются: $0,1 \leq \alpha \leq 0,3$.

Однако, следует учитывать, что в этом случае параметр α полностью зависит от числа наблюдений n .

Часто на практике при решении конкретных задач параметр α применяется равным: $\alpha = 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3$.

Параметр сглаживания α может быть также определен на основе метода перебора различных его значений. При этом, в качестве оптимального значения α выбирается то значение α , при котором получена наименьшая средняя квадратическая ошибка прогноза, рассчитанная по данным всего сглаживаемого временного ряда или по данным части временного ряда, специально оставленной для проверки качества прогнозной модели, то есть путем построения ретроспективного прогноза, сущность которого заключается в том, что весь исходный ряд динамики разбивается на две части в соотношении 2/3 к 1/3.

Для различных значений α строится модель прогноза по первой части ряда (2/3) и по ней осуществляется прогноз на вторую (1/3 от исходной) часть ряда, по которой определяются отклонения прогнозных значений (\hat{y}_t^*) временного ряда от эмпирических значений уровней (y_t) и определяется средняя квадратическая ошибка этих отклонений по формуле:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y}_t^* - y_t)^2}{n}}, \quad (3.20)$$

Наиболее оптимальным считается тот параметр сглаживания α , которому соответствует наименьшее значение средней квадратической ошибки.

Прежде чем приступить к определению экспоненциальных средних, необходимо, кроме параметра α определить $S_{t-1}(\mathbf{y})$, то есть возникает проблема определения начальных условий.

Таким образом прогнозирование методом простого экспоненциального сглаживания может быть реализовано в двух возможных вариантах:

- начальные условия (y_0) известны.
- начальные условия не известны.

В случае если начальные условия известны также возможны два случая реализации этого варианта:

В качестве начального условия y_0 может быть использована средняя арифметическая, определенная по всем значениям уровней исходного временного ряда по формуле вида:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n}. \quad (3.21)$$

Использование средней арифметической в качестве начального условия возможно только в том случае, когда известны данные о развитии изучаемого социально-экономического явления в прошлом.

В качестве начального условия y_0 возможно использование значения первого уровня исходного временного ряда — y_1 . При этом вес данного уровня будет уменьшаться по мере скользящего по уровням исходного временного ряда от уровня к уровню, а следовательно будет уменьшаться влияние каждого следующего уровня на величину экспоненциальной средней.

В случае если начальные условия не известны, то они могут быть определены по формулам, разработанным Р.Г. Брауном.

При этом возможны различные модификации их расчета в зависимости от того, какая модель тренда наилучшим образом описывает реально существующую тенденцию развития изучаемого социально-экономического явления.

Так, если **тенденция** исходного временного ряда **описывается уравнением линейного тренда** вида:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t,$$

то *прогнозирование методом простого экспоненциального сглаживания осуществляется в следующей последовательности*:

1. Определяются параметры линейного тренда a_0 и a_1 , описывающего тенденцию исходного временного ряда:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t.$$

Параметры a_0 и a_1 определяются путем решения следующей системы нормальных уравнений методом наименьших квадратов:

$$\begin{cases} n a_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases} \quad (3.22)$$

2. Определяются начальные условия первого и второго порядков (порядок начальных условий определяется числом параметров уравнения тренда: линейного тренда — a_0 и a_1) по формулам вида:

— начальное условие первого порядка:

$$S_0^{[1]}(y) = a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1, \quad (3.23)$$

— начальное условие второго порядка:

$$S_0^{[2]}(y) = a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1, \quad (3.24)$$

где:

a_0 и a_1 — параметры уравнения тренда (2.22), полученные методом наименьших квадратов.

3. Рассчитываются экспоненциальные средние первого и второго порядка:

— экспоненциальная средняя первого порядка:

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha y_t + (1 - \alpha) \cdot S_0^{[1]}(y), \quad (3.25)$$

где:

y_t — значение последнего фактического уровня исходного временного ряда;

— экспоненциальная средняя второго порядка:

$$S_t^{[2]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1 - \alpha) \cdot S_0^{[2]}(y), \quad (3.26)$$

Прогноз строится по модели вида:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t,$$

где оценки коэффициентов модели определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \hat{a} &= 2S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y); \\ \hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{1 - \alpha} \left[S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y) \right], \end{aligned} \quad (3.27)$$

4. Ошибка прогноза определяется по следующей формуле:

$$\sigma_{\hat{y}_{t+L}} = \sigma_y \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{(2 - \alpha)^5} \cdot [1 - 4(1 - \alpha) + 5(1 - \alpha)^2 + 2\alpha(4 - 3\alpha)] \cdot t + 2\alpha^2 L^2} \quad (3.28)$$

где:

σ_y — средняя квадратическая ошибка, рассчитанная по отклонениям эмпирических значений признака от теоретических, полученных по уравнению тренда, то есть по следующей формуле:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_{t+L}^*)^2}{n - k - 1}}, \quad (3.29)$$

где:

k — число степеней свободы, определяемое в зависимости от длины исходного временного ряда (n) и числа параметров уравнения тренда.

Пример. Построим прогноз объема платных услуг населению методом простого экспоненциального сглаживания, предположив, что тенденция изменения данного показателя

наилучшим образом описывается уравнением линейного тренда следующего вида:

$$\bar{y}_t = 26,55 + 0,43t$$

$$\alpha = \frac{2}{n+1} = \frac{2}{13} = 0,15$$

$$S_0^{[1]}(y) = a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1 = 26,55 - \frac{1-0,15}{0,15} \cdot 0,43 = 24,11$$

$$S_0^{[2]}(y) = a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1 = 26,55 - \frac{2 \cdot (1-0,15)}{0,15} \cdot 0,43 = 21,68$$

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) S_0^{[1]}(y) = 0,15 \cdot 31,9 + (1-0,15) \cdot 24,11 = 25,28$$

$$S_t^{[2]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1-\alpha) \cdot S_0^{[2]}(y) = 0,15 \cdot 25,28 + (1-0,15) \cdot 21,68 = 22,22$$

$$\hat{a}_0 = 2S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y) = 2 \cdot 25,28 - 22,22 = 28,34$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} [S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)] = \frac{0,15}{1-0,15} (25,28 - 22,22) = 0,54.$$

Таким образом модель прогноза объема платных услуг населению РФ методом простого экспоненциального сглаживания имеет вид:

$$\hat{y}_{t+L}^* = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t = 28,34 + 0,54t.$$

Если ряд динамики описывается параболой второго порядка:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2,$$

параметры которой определяются путем решения следующей системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases},$$

то основные показатели экспоненциального сглаживания рассчитываются по следующим формулам.

Начальные условия:

$$S_o^{[1]}(y) = a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2} a_2; \quad (3.30)$$

- первого порядка

$$S_o^{[2]}(y) = a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2} a_2;$$

- второго порядка

$$S_o^{[3]}(y) = a_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} a_2.$$

- третьего порядка

Экспоненциальные средние:

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha)S_0^{[1]}(y), \quad (3.31)$$

- первого порядка

$$S_t^{[2]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1-\alpha)S_0^{[2]}(y)$$

- второго порядка ;

$$S_t^{[3]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[2]}(y) + (1-\alpha)S_0^{[3]}(y).$$

- третьего порядка

Модель прогноза:

$$\hat{y}^{*t+L} = \hat{a}^0 + \hat{a}^1 t + \frac{1}{2} \hat{a}^2 t^2 \quad (3.32)$$

Оценка параметров модели прогноза:

$$\hat{a}_0 = 3[S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)] + S_t^{[3]}(y)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)S_t^{[1]}(y) - 2(5-4\alpha)S_t^{[2]}(y) + (4-3\alpha)S_t^{[3]}(y)] \quad (3.33)$$

$$\hat{a}_2 = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} [S_t^{[1]}(y) - 2S_t^{[2]}(y) + S_t^3(y)]$$

Ошибка прогноза определяется по формуле:

$$\sigma_{\hat{y}^*_{t+L}} = \sigma_y \sqrt{2\alpha + 3\alpha^2 + 3\alpha^3 t},$$

где: $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y}_{t+L}^*)^2}{n - k - 1}},$ (3.34)

Пример. Построим прогноз объема платных услуг населению (таблица 2.10) методом простого экспоненциального сглаживания, предположив, что тенденция изменения данного показателя наилучшим образом описывается уравнением параболы второго порядка следующего вида:

$$\bar{y}_t = 26,86 + 0,43t - 0,007t^2$$

$$\begin{aligned} S_0^{[1]}(y) &= a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2} a_2 = \\ &= 26,86 - \frac{1-0,15}{0,15} \cdot 0,43 - \frac{(1-0,15)(2-0,15)}{2 \cdot 0,15^2} \cdot 0,007 = 24,18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_0^{[2]}(y) &= a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2} a_2 = \\ &= 26,86 - \frac{2(1-0,15)}{0,15} \cdot 0,43 - \frac{(1-0,15)(3-2 \cdot 0,15)}{0,15^2} \cdot 0,007 = 21,276 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_0^{[3]}(y) &= a_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha} a_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} a_2 = \\ &= 26,86 - \frac{3(1-0,15)}{0,15} \cdot 0,43 - \frac{3(1-0,15)(4-3 \cdot 0,15)}{2 \cdot 0,15^2} \cdot 0,007 = 18,14 \end{aligned}$$

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha)S_0^{[1]}(y) = 0,15 \cdot 31,9 + (1 - 0,15) \cdot 24,18 = 25,34$$

$$S_t^{[2]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[1]}(y) + (1 - \alpha)S_0^{[2]}(y) = 0,15 \cdot 25,34 + (1 - 0,15) \cdot 21,276 = 21,88$$

$$S_t^{[3]}(y) = \alpha \cdot S_t^{[2]}(y) + (1 - \alpha)S_0^{[3]}(y) = 0,15 \cdot 21,88 + (1 - 0,15) \cdot 18,701 = 18,701$$

$$\hat{a}^0 = 3[S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)] + S_t^{[3]}(y) = 3(25,34 - 21,88) + 18,701 = 29,08$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)S_t^{[1]}(y) - 2(5-4\alpha\alpha)_t^2(y) + (4-3\alpha\alpha)_t^3(y)] = \\ &= \frac{0,15}{2(1-0,15)^2} [(6-5 \cdot 0,15) \cdot 25,34 - 2(5-4 \cdot 0,15) \cdot 21,88 + (4-3 \cdot 0,15) \cdot 18,701] = 0,69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{a}_2 &= \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} [S_t^{[1]}(y) - 2S_t^{[2]}(y) + S_t^{[3]}(y)] = \\ &= \frac{0,15}{(1-0,15)^2} [25,34 - 2 \cdot 21,88 + 18,701] = 0,059 \end{aligned}$$

Таким образом модель прогноза объема платных услуг населению РФ методом простого экспоненциального сглаживания имеет вид:

$$\hat{y}_{t+L}^* = 29,08 + 0,69t + 0,059t^2.$$

Метод гармонических весов был разработан польским статистиком З. Хелвингом, близок к методу простого экспоненциального сглаживания и использует тот же принцип. В его основе лежит взвешивание скользящего показателя, но вместо скользящей средней используется идея скользящего тренда. Экстраполяция проводится по скользящему тренду, отдельные точки ломаной линии взвешиваются с помощью гармонических весов, что позволяет более поздним наблюдениям придавать большой вес.

Метод гармонических весов базируется на следующих предпосылках:

1. Период времени, за который изучается экономический процесс, должен быть достаточно длительным, чтобы можно было определить его закономерности.
2. Исходный ряд динамики не должен иметь скачкообразных изменений.
3. Прогнозируемое социально-экономическое явление должно обладать инерционностью, то есть для наступления большого изменения в характеристиках процесса необходимо, чтобы прошло значительное время.
4. Отклонения от скользящего тренда (ε_t) должны иметь случайный характер.
5. Автокорреляционная функция, рассчитанная на основе последовательных разностей, должна уменьшаться с увеличением уровней временного ряда, то есть влияние более поздней информации должно отражаться на прогнозируемой величине сильнее, чем ранней информации.

Для получения точного прогноза по методу гармонических весов необходимо выполнение всех вышеуказанных предпосылок для исходного ряда динамики.

Для осуществления прогноза данным методом исходный временной ряд разбивается на фазы (k). Число фаз должно быть меньше числа членов ряда (n), то есть $k < n$. Обычно фаза равна 3-5 уровням. Для каждой фазы рассчитывается линейный тренд, то есть:

$$\bar{y}_i(t) = a_i + b_i t, (i = 1, 2, \dots, n - k + 1); \quad (3.35)$$

при этом для $i = 1, \quad t = 1, 2, 3, \dots, k;$
для $i = 2, \quad t = 2, 3, \dots, k + 1;$
для $i = n - k + 1 \quad t = n - k + 1, n - k + 2, \dots, n.$

Для оценки параметров используется способ наименьших квадратов.

С помощью полученных $(n - k + 1)$ уравнений определяются значения скользящего тренда.

Определяется среднее значение $\bar{y}_t(t)$ по формуле:

$$\bar{y}_t(t) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k y_i(t), \quad (3.36)$$

После этого необходимо проверить гипотезу о том, что отклонения от скользящего тренда представляют собой стационарный процесс. С этой целью рассчитывается автокорреляционная функция. Если значения автокорреляционной функции уменьшаются от периода к периоду, то пятая предпосылка данного метода выполняется.

Далее рассчитываем приросты по формуле:

$$w_{t+1} = f_{(t+1)} - f_{(t)} = \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t. \quad (3.37)$$

Средняя приростов вычисляется по формуле:

$$\bar{w} = \sum_{t=1}^{n-1} C_{t+1}^n \cdot w_{t+1}. \quad (3.38)$$

где:

C_{t+1}^n – гармонические коэффициенты, удовлетворяющие следующим условиям:

$$C_{t+1}^n > 0; (t = 1, 2, \dots, n - 1), \quad (3.39)$$
$$\sum_{t=1}^{n-1} C_{t+1}^n = 1.$$

Данное выражение позволяет более поздней информации придавать большие веса, так как приросты весов обратно пропорциональны времени, которое отделяет раннюю информацию от поздней для момента $t = n$.

Если самая ранняя информация имеет вес $m_2 = \frac{1}{n-1}$, то вес информации, относящейся к следующему моменту времени, равен:

$$m_3 = m_2 + \frac{1}{n-2} = \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2}, \quad (3.40)$$

В общем виде ряд гармонических весов определяют по формуле:

$$m_{t+1} = m_t + \frac{1}{n-t}, \quad (t = 2, 3, \dots, n-1), \quad (3.41)$$

или

$$m_{t+1} = \sum_{i=1}^t \frac{1}{n-t}.$$

Отсюда
$$\sum_{t=1}^{n-1} m_{t+1} = n-1.$$

Для того чтобы получить гармонические коэффициенты C^n_{t+1} , нужно гармонические веса m_{t+1} разделить на $(n-1)$, то есть:

$$C^n_{t+1} = \frac{m_{t+1}}{n-1}. \quad (3.42)$$

Далее прогнозирование сводится, так же как и при простейших методах прогноза, путем прибавления к последнему значению ряда динамики среднего прироста, то есть:

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t^* + \bar{w}.$$

3.5. Прогнозирование на основе кривых роста

Прогнозирование социально-экономических явлений на основе кривых роста (кривых насыщения) стало применяться сравнительно недавно. Впервые эти методы были использованы в начале XX века для прогнозирования роста биологиче-

ских популяций. Однако кривые роста хорошо себя зарекомендовали и при прогнозировании социально-экономических явлений. Их применение в этом случае требует соблюдения определенных условий.

1. Исходный временной ряд должен быть достаточно длинным (30-40 лет).
2. Исходный временной ряд не должен иметь скачков, и тенденция такого ряда должна описываться достаточно плавной кривой.
3. Использование кривых роста в прогнозировании социально-экономических явлений может давать достаточно хорошие результаты, если предел насыщения будет определен сравнительно точно.

Следует отметить, что кривые роста отражают кумулятивные возрастания к определенному заранее максимальному пределу.

Особенностью кривых роста является то, что абсолютные приращения уменьшаются по мере приближения к пределу. Однако процесс роста идет до конца.

Значение кривых роста как методов статистического прогнозирования социально-экономических явлений состоит в том, что они способствуют эмпирически правильному воспроизведению тенденции развития исследуемого явления.

Наиболее распространенными кривыми роста, используемыми в статистической практике прогнозирования, являются кривая роста Гомперца и кривая роста Перля-Рида.

Обе кривые, в общем, похожи одна на другую и графически изображаются S-образной кривой.

Особенностью уравнений этих кривых является то, что их параметры могут быть определены методом наименьших квадратов лишь приближенно. Для расчета параметров этих кривых используется ряд искусственных методов, основанных на разбиении исходного ряда динамики на отдельные группы.

Например, для того чтобы осуществить прогноз на основе кривой роста Гомперца (она названа так в честь английского статистика и математика, впервые применившего эту кривую

для прогнозирования в страховании), необходимо выполнить следующее:

1. кривая описывается уравнением:

$$y = a \cdot b^{c^x}; \quad (3.43)$$

2. прологарифмировав уравнение, получаем:

$$\lg y = \lg a + (\lg b) \cdot c^x, \quad (3.44)$$

где:

$\lg a$ — логарифм максимального значения, к которому приближается прогнозный уровень явления;

$\lg b$ — расстояние, которое отделяет в каждый данный момент значение уровня от его максимального значения;

c — имеет значение от нуля до единицы;

x — начало на шкале x , к которому относится первое значение уровня ($t = 0, 1, 2, \dots, n$);

3. затем весь ряд динамики разбивается на три приблизительно равные части:

$$n_i = \frac{1}{3} \text{ длины ряда}; \quad (3.45)$$

4. для каждой выделенной части рассчитываются суммы логарифмов значений уровней S_1, S_2, S_3 ;

5. определяются первые разности по этим суммам:

$$\begin{aligned} d_1 &= S_2 - S_1; \\ d_2 &= S_3 - S_2; \end{aligned} \quad (3.46)$$

6. на основании этих расчетов получим параметры уравнения $c, \lg a, \lg b$, которые рассчитываются следующим образом:

$$c^k = \frac{d_2}{d_1},$$

где:

k — число уровней ряда в каждой части;

Отсюда

$$c = k \sqrt{\frac{d_2}{d_1}}$$

$$\lg b = \frac{d_1(c-1)}{(c^k - 1)^2}, \quad (3.47)$$

$$\lg a = \frac{1}{k} \left(S_1 - \frac{d_1}{c^k - 1} \right).$$

Чтобы использовать данную кривую для экстраполяции за пределы исходного ряда динамики, достаточно подставить соответствующее значение x в уравнение кривой.

Пример. Произвести прогноз прибыли одного из предприятий автомобильной промышленности на основе кривой роста Гомперца.

Таблица 3.3

Расчетная таблица определения промежуточных расчетов кривой Гомперца

Месяц	y_i	$\lg y_i$	x	$\lg \hat{y}$	\hat{y}_t
январь	377,3	2,577	0	2,5874	380,7230
февраль	413,2	2,616	1	2,6216	418,408
март	446,0	2,649	2	2,6487	445,3485
апрель	473,9	2,676	3	2,6701	467,8429
май	497,2	2,697	4	2,6871	486,5192
июнь	514,3	2,711	5	2,7005	501,7646
июль	529,9	2,724	6	2,7111	514,162
август	520,8	2,717	7	2,7195	524,2036
сентябрь	519,7	2,716	8	2,7262	532,3534
октябрь	525,7	2,721	9	2,7315	538,8898
ноябрь	536,6	2,730	10	2,7356	544,0014
декабрь	542,6	2,734	11	2,7389	548,1507
январь	551,4	2,741	12	2,7415	551,4422
февраль	555,0	2,744	13	2,7436	554,1151
март	570,4	2,756	14	2,7452	556,1603

$$y = ab^{c^x}$$

$$\lg y = \lg a + (\lg b)c^x$$

$$S_1 = 13,215$$

$$S_2 = 13,589$$

$$S_3 = 13,705$$

$$d_1 = S_3 - S_2 = 13,589 - 13,215 = 0,374$$

$$d_2 = S_3 - S_2 = 13,705 - 13,589 = 0,116$$

$$C^5 = \frac{0,116}{0,374} = 0,3102 ; C = \sqrt[5]{0,3102} = 0,7913$$

$$\lg b = \frac{0,374(0,7913 - 1)}{(0,3102 - 1)^2} = 0,1640$$

$$\lg a = \frac{1}{5} \left(13,215 - \frac{0,374}{0,3102 - 1} \right) = 2,7514$$

$$\lg y = 2,7514 - 0,1640 \cdot 0,7913^x$$

$$x = 13$$

$$\lg y = 2,7436$$

$$\hat{y}_{02}^* = 554,1151$$

$$x = 14 \quad \lg y = 2,7452$$

$$\hat{y}_{03}^* = 556,1603$$

$$x = 15 \quad \lg y = 2,7465$$

$$\hat{y}_{04}^* = 559,1135$$

$$\sigma_{\text{ом}} = 11,79.$$

Наряду с кривой роста Гомперца достаточно широкое распространение получила кривая роста Перля-Рида, которая в прогнозировании социально-экономических явлений впервые была использована для демографических расчетов американскими учеными - биологом Р. Перлем и математиком Л. Ридом.

Эта кривая выражает модифицированную геометрическую прогрессию, в которой возрастание затухает по мере приближения к некоторому определенному пределу. Максимальный предел устанавливается, прежде всего, на основании конкретного изучения исследуемого социально-экономического явления.

Так же, как и кривая Гомперца, кривая Перля-Рида использует тот же искусственный прием для определения параметров кривой. Однако следует отметить, что по сравнению с кривой Гомперца прогнозные данные, полученные по этой кривой, имеют некоторую неопределенность.

Кривая роста Перля-Рида описывается уравнением:

$$\frac{1}{y} = a + bc^x \quad (3.48)$$

Параметры уравнения находятся следующим образом:

$$c^k = \frac{d_2}{d_1}; b = \frac{d_1(c-1)}{(c^k-1)^2}; a = \frac{1}{k} \left(S_1 - \frac{d_1}{c^k-1} \right) \quad (3.49)$$

Из приведенных расчетов видно, что параметры уравнения кривой роста Перля-Рида определяются так же, как и параметры кривой роста Гомперца, за исключением того, что в последнем случае не используется прием логарифмирования. Кроме того, нужно иметь в виду, что в зависимости от масштаба

данных величина $\frac{1}{y}$ умножается на 10000, 100000 или 1000000.

3.6. Прогнозирование рядов динамики, не имеющих тенденции

При решении конкретных прикладных задач анализа социально-экономических явлений исследователь сталкивается с временными рядами показателей, в которых отсутствует тенденция развития, то есть изменение значений уровней исходного ряда динамики носит стационарный характер.

Однако временные ряды, не имеющие тенденции, на практике встречаются крайне редко.

В этой связи, прежде чем приступить к прогнозированию, необходимо всеми известными методами убедиться в том, что тенденция в исследуемом временном ряду действительно отсутствует. Только после того, как установлено отсутствие тенденции и гипотезы о наличии тенденции отвергнуты всеми методами, следует использовать те методы прогнозирования, которые дают возможность установить развитие явления при отсутствии тенденции.

Особенность прогнозирования данных временных рядов заключается в том, что использование методов статистического прогнозирования, основанных на получении точечной или интервальной количественной вероятностной характеристики изучаемого явления в будущем с относительно высокой степенью достоверности, невозможно.

В этом случае для прогнозирования таких рядов применяются вероятностные статистические методы прогнозного оценивания.

Вероятностные методы оценивания не позволяют дать точечную количественную характеристику прогнозируемого явления. Они дают возможность лишь оценить вероятность того, что значение прогнозируемого явления на каждый следующий (с отдалением) период упреждения будет больше или меньше значения последнего уровня исходного временного ряда. Вероятностные методы прогнозирования дают менее точные прогнозные оценки и обладают большей степенью неопределенности.

На практике, в анализе временных рядов социально-экономических явлений, не имеющих тенденции, наибольшее распространение среди вероятностных методов прогнозирования, получил метод, в основе которого лежит использование закона распределения Пуассона (распределение редких явлений) с плотностью:

$$p = e^{-x}. \quad (3.50)$$

Особенность метода заключается в том, что всегда прогнозируется благоприятная тенденция.

Этапы реализации данного метода следующие:

1. Осуществляется последовательное сравнение каждого следующего значения уровня исходного временного ряда со значением предыдущего уровня. При этом знаком «+» отмечается возрастание значения уровня, а «-» – убывание. Если последующий уровень больше предыдущего, то ставится знак «+», меньше предыдущего – «-». Причем первый уровень всегда отмечается знаком «-». Знак «+» показывает, сколько периодов времени исследуемое явление возрастает и этот временный период принято считать благоприятной тенденцией.

2. Строится специальная таблица, характеризующая виды тенденции, длину благоприятной тенденции (τ) и частоту повторения благоприятной тенденции (f):

Виды тенденции	Длина благоприятной тенденции, τ	Частота, f
--	0	
-+-	1	
-++-	2	
-++++-	3	
...	...	

При этом две первые графы таблицы: вид тенденции и длина благоприятной тенденции существуют априори, и следовательно только частотой определяет наличие того или иного вида тенденции в исследуемом временном ряду.

Длина же благоприятной тенденции (τ) определяется числом плюсов между двумя минусами в ряду динамики «+» и «-».

3. На основе данных таблицы определяется средняя длина благоприятной тенденции по формуле вида:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum \tau f}{\sum f}, \quad (3.51)$$

где:

τ – длина благоприятной тенденции;

f – частота повторения благоприятной тенденции.

Средняя длина благоприятной тенденции показывает, сколько в среднем в рассматриваемом временном ряду, наблюдалось совершение благоприятной тенденции.

На основе полученной средней длины благоприятной тенденции $\bar{\tau}$ определяется показатель, характеризующий интенсивность прерывания этой благоприятной тенденции (λ), который определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{\tau}}. \quad (3.52)$$

Данный показатель характеризует, сколько в среднем раз за рассматриваемый период времени, совершалось прерывание благоприятной тенденции.

4. Вероятность благоприятной тенденции определяется на основе следующей модификации закона распределения Пуассона:

$$p = e^{-\lambda L}, \quad (3.53)$$

где:

p – вероятность совершения благоприятной тенденции;

λ – интенсивность прерывания благоприятной тенденции;

L – период упреждения (число лет сохранения благоприятной тенденции).

Пример. Имеются следующие данные по одной из строительных фирм города об объеме выполненных строительно-монтажных работ за январь – сентябрь 2006 г.

Таблица 3.4

Расчетная таблица для определения знаков отклонений

Месяц	Объем строительно-монтажных работ, млн. руб., y_t	Знаки отклонений
январь	4,5	-
февраль	5,2	+
март	5,3	+
апрель	6,7	+
май	6,1	-
июнь	6,4	+
июль	5,8	-
август	5,0	-
сентябрь	4,3	-

Построенный по этим данным ряд распределения знаков отклонений имеет вид:

Таблица 3.5

Распределение знаков отклонений

Виды тенденции	Длина благоприятной тенденции, τ_i	Частота, f_i
--	0	2
-+-	1	1
-++-	2	0
-++++	3	1

На основе данных таблицы 3.5 определяется средняя длина благоприятной тенденции:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum \tau f}{\sum f} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1}{2 + 1 + 0 + 1} = 1.$$

Интенсивность прерываний благоприятной тенденции (λ) составила:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{\tau}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Таким образом вероятность благоприятной тенденции составит:

Таблица 3.6.

Вероятность совершения благоприятной тенденции

Период сохранения благоприятной тенденции	t	λ	$\lambda \cdot t$	Вероятность благоприятной тенденции, p
октябрь	1	1	-1	0,368
ноябрь	2	1	-2	0,135
декабрь	3	1	-3	0,049

Таким образом, с вероятностью 36,8% можно утверждать, что объем строительно-монтажных работ в октябре возрастет по сравнению с сентябрем.

3.7. Оценка точности и надежности прогнозов

Важным этапом прогнозирования социально-экономических явлений является оценка точности и надежности прогнозов.

Эмпирической мерой точности прогноза, служит величина его ошибки, которая определяется как разность между прогнозными (\hat{y}_t^*) и фактическими (y_t) значениями исследуемого показателя. Данный подход возможен только в двух случаях:

а) период упреждения известен, уже закончился, и исследователь располагает необходимыми фактическими значениями прогнозируемого показателя;

б) строится ретроспективный прогноз, то есть рассчитываются прогнозные значения показателя для периода времени, за который уже имеются фактические значения. Это делается с целью проверки разработанной методики прогнозирования.

В данном случае вся имеющаяся информация делится на две части в соотношении 2/3 к 1/3. Одна часть информации (первые 2/3 от исходного временного ряда) служит для оценивания параметров модели прогноза. Вторая часть информации (последняя 1/3 части исходного ряда) служит для реализации оценок прогноза.

Полученные таким образом ретроспективно ошибки прогноза в некоторой степени характеризуют точность предлагаемой и реализуемой методики прогнозирования. Однако величина ошибки ретроспективного прогноза не может в полной мере и окончательно характеризовать используемый метод прогнозирования, так как она рассчитана только для 2/3 имеющихся данных, а не по всему временному ряду.

В случае если, ретроспективное прогнозирование осуществляется по связным и многомерным динамическим рядам, то точность прогноза, соответственно, будет зависеть от точности определения значений факторных признаков, включенных в

многофакторную динамическую модель, на всем периоде упреждения. При этом, возможны следующие подходы к прогнозированию по связным временным рядам: можно использовать как фактические, так и прогнозные значения признаков.

Все показатели оценки точности статистических прогнозов условно можно разделить на три группы:

- аналитические;
- сравнительные;
- качественные.

Аналитические показатели точности прогноза позволяют количественно определить величину ошибки прогноза. К ним относятся:

Абсолютная ошибка прогноза (Δ^*) определяется как разность между эмпирическими и прогнозными значениями признака и вычисляется по формуле:

$$\Delta^* = y_t - \hat{y}_t^* \quad (3.54)$$

где:

y_t – фактическое значение признака;

\hat{y}_t^* – прогнозное значение признака.

Относительная ошибка прогноза ($d^*_{\text{отн}}$) может быть определена как отношение абсолютной ошибки прогноза (Δ^*):

- к фактическому значению признака (y_t):

$$d^*_{\text{отн}} = \frac{\Delta^*}{y_t} = \frac{|y_t - \hat{y}_t^*|}{y_t} \cdot 100\% \quad (3.55)$$

- к прогнозному значению признака (\hat{y}_t^*)

$$d^*_{\text{отн}} = \frac{\Delta^*}{\hat{y}_t^*} = \frac{|y_t - \hat{y}_t^*|}{\hat{y}_t^*} \cdot 100\% \quad (3.56)$$

Абсолютная и относительная ошибки прогноза являются оценкой проверки точности единичного прогноза, что снижа-

ет их значимость в оценке точности всей прогнозной модели, так как изучаемое социально-экономическое явление подвержено влиянию различных факторов внешнего и внутреннего свойства. Единично удовлетворительный прогноз может быть получен и на базе реализации слабо обусловленной и недостаточно адекватной прогнозной модели и наоборот – можно получить большую ошибку прогноза по достаточно хорошо аппроксимирующей модели.

Поэтому на практике иногда определяют не ошибку прогноза, а некоторый коэффициент качества прогноза (K_k), который показывает соотношение между числом совпавших (с) и общим числом совпавших (с) и несовпавших (н) прогнозов и определяется по формуле:

$$K_k = \frac{c}{c + n}. \quad (3.57)$$

Значение $K_k = 1$ означает, что имеет место полное совпадение значений прогнозных и фактических значений и модель на 100% описывает изучаемое явление. Данный показатель оценивает удовлетворительный вес совпавших прогнозных значений в целом по временному ряду и изменяется в пределах от 0 до 1.

Следовательно, оценку точности получаемых прогнозных моделей целесообразно проводить по совокупности сопоставлений прогнозных и фактических значений изучаемых признаков.

Средним показателем точности прогноза является средняя абсолютная ошибка прогноза ($\bar{\Delta}^*$), которая определяется как средняя арифметическая простая из абсолютных ошибок прогноза по формуле вида:

$$\bar{\Delta}^* = \frac{\sum_{t=1}^n \Delta^*}{n} = \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t^*|}{n}, \quad (3.58)$$

где:

n – длина временного ряда.

Средняя абсолютная ошибка прогноза показывает обобщенную характеристику степени отклонения фактических и прогнозных значений признака и имеет ту же размерность, что и размерность изучаемого признака.

Для оценки точности прогноза используется **средняя квадратическая ошибка прогноза**, определяемая по формуле:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t^*)^2}{n}}. \quad (3.59)$$

Размерность средней квадратической ошибки прогноза также соответствует размерности изучаемого признака. Между средней абсолютной и средней квадратической ошибками прогноза существует следующее примерное соотношение:

$$\sigma_{\text{ош}} = 1,25\bar{\Delta}^*. \quad (3.60)$$

Недостатками средней абсолютной и средней квадратической ошибок прогноза является их существенная зависимость от масштаба измерения уровней изучаемых социально-экономических явлений.

Поэтому на практике в качестве характеристики точности прогноза определяют **среднюю ошибку аппроксимации**, которая выражается в процентах относительно фактических значений признака, и определяется по формуле вида:

$$\bar{\varepsilon}^* = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t^*|}{y_t} \cdot 100\%. \quad (3.61)$$

Данный показатель является относительным показателем точности прогноза и не отражает размерность изучаемых признаков, выражается в процентах и на практике используется для сравнения точности прогнозов полученных как по различным моделям, так и по различным объектам. Интер-

претация оценки точности прогноза на основе данного показателя представлена в следующей таблице:

$\bar{\varepsilon}, \%$	Интерпретация точности
< 10	Высокая
10 – 20	Хорошая
20 – 50	Удовлетворительная
> 50	Не удовлетворительная

В качестве **сравнительного показателя точности прогноза** используется **коэффициент корреляции** между прогнозными и фактическими значениями признака, который определяется по формуле:

$$R = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{y}_t^* - \bar{y}_t^*) \times (y_t - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{y}_t^* - \bar{y}_t^*)^2 \times \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}}, \quad (3.62)$$

где:

\bar{y}_t^* – средний уровень ряда динамики прогнозных оценок.

Используя данный коэффициент в оценке точности прогноза следует помнить, что коэффициент парной корреляции в силу своей сущности отражает линейное соотношение коррелируемых величин и характеризует лишь взаимосвязь между временным рядом фактических значений и рядом прогнозных значений признаков. И даже если коэффициент корреляции $R = 1$, то это еще не предполагает полного совпадения фактических и прогнозных оценок, а свидетельствует лишь о наличии линейной зависимости между временными рядами прогнозных и фактических значений признака.

Одним из показателей оценки точности статистических прогнозов является **коэффициент несоответствия (КН)**, ко-

торый был предложен Г. Тейлом и может рассчитываться в различных модификациях:

1. **Коэффициент несоответствия (КН₁)**, определяемый как отношение средней квадратической ошибки к квадрату фактических значений признака:

$$КН_1 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t^* - y_t)^2}{\sum_{t=1}^n y_t^2}} \quad (3.63)$$

КН = 0, если $\hat{y}_t^* = y_t$, то есть полное совпадение фактических и прогнозных значений признака.

КН = 1, если при прогнозировании получают среднюю квадратическую ошибку адекватную по величине ошибке, полученной одним из простейших методов экстраполяции неизменности абсолютных цепных приростов.

КН > 1, когда прогноз дает худшие результаты, чем предположение о неизменности исследуемого явления. Верхней границы коэффициент несоответствия не имеет.

2. **Коэффициент несоответствия (КН₂)**, определяется как отношение средней квадратической ошибки прогноза к сумме квадратов отклонений фактических значений признака от среднего уровня исходного временного ряда за весь рассматриваемый период:

$$КН_2 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t^* - y_t)^2}{\sum_{t=1}^n (\bar{y} - y_t)^2}}, \quad (3.64)$$

где:

\bar{y} – средний уровень исходного ряда динамики.

3. **Коэффициент несоответствия (КН₃)**, определяемый как отношение средней квадратической ошибки прогноза к сумме квадратов отклонений фактических значений признака от теоретических, выравненных по уравнению тренда:

$$\text{КН}_3 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t^* - y_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}}, \quad (3.65)$$

где:

\bar{y}_t — теоретические уровни временного ряда, полученные по модели тренда.

Контрольные вопросы к разделу III

1. Охарактеризуйте статистическое прогнозирование как составную часть общей теории прогностики.
2. Сформулируйте задачи статистического прогнозирования.
3. Дайте понятие объекта прогнозирования.
4. Перечислите основные понятия и термины, употребляемые в экономической прогностике.
5. Охарактеризуйте модели по сложности, масштабности и степени информационного обеспечения.
6. Раскройте содержание основных показателей точности прогнозов.
7. Раскройте сущность точечного и интервального прогнозов.
8. Как осуществляется предварительный анализ рядов динамики?
9. Раскройте содержание понятия объективизации прогнозов.
10. Перечислите простейшие методы прогнозирования динамики. Раскройте их сущность.
11. Охарактеризуйте метод прогнозирования на основе экстраполяции трендов.
12. Охарактеризуйте методы прогнозирования на основе кривых роста.
13. Охарактеризуйте метод простого экспоненциального сглаживания.
14. Охарактеризуйте метод гармонических весов.
15. Как достигается точность и надежность прогнозов на основе рядов динамики?

Глоссарий

- Автокорреляция** – наличие сильной корреляционной зависимости между последовательными значениями уровней временного ряда.
- Анализ** – метод научного исследования объекта или их совокупности путем рассмотрения их отдельных сторон и частей.
- Верификация прогноза** – оценка достоверности статистических прогнозов.
- Дисконтирование информации** – взвешивание информации по степени значимости для построения точных и надежных прогнозов.
- Единица статистической совокупности** – каждый отдельно взятый элемент данного множества, обладающих определенными признаками.
- Инерционность** – предполагает сохранение присущих социально-экономическим явлениям и процессам тенденций и закономерностей прошлого и настоящего в будущем.

Классификация статистических моделей:

- В зависимости от уровня социально-экономического явления:
 - ◆ Макроэкономические;
 - ◆ Межотраслевые;
 - ◆ Отраслевые;
 - ◆ Территориальные;
 - ◆ Социальные;
 - ◆ Социометрические.
- По характеру развития объектов во времени:
 - ◆ Дискретные;
 - ◆ Интервальные;
 - ◆ Циклические.

- По характеру используемой информации:
 - ◆ Пространственные;
 - ◆ Временные;
 - ◆ Пространственно-временные.
- По степени информационного обеспечения:
 - ◆ С полным информационным обеспечением;
 - ◆ С неполным информационным обеспечением.
- По размерности:
 - ◆ Сублокальные с числом факторных признаков до 3;
 - ◆ Локальные – от 4 до 14;
 - ◆ Субглобальные – от 15 до 35;
 - ◆ Глобальные – свыше 100.
- По сложности:
 - ◆ Сверхпростые;
 - ◆ Простые;
 - ◆ Сложные;
 - ◆ Сверхсложные.

Классификация прогнозов:

- В зависимости от цели исследования:
 - ◆ Поисковые;
 - ◆ Нормативные.
- В зависимости от области применения:
 - ◆ Естественствоведческие;
 - ◆ Научно-технические;
 - ◆ Общественствоведческие.
- По сложности:
 - ◆ Сверхпростые;
 - ◆ Простые;
 - ◆ Сложные.
- По масштабности объекта:
 - ◆ Глобальные;
 - ◆ Макроэкономические;
 - ◆ Структурные;
 - ◆ Региональные;
 - ◆ Прогнозы развития экономических комплексов;

- ◆ Отраслевые;
 - ◆ Микроэкономические.
 - По времени упреждения:
 - ◆ Текущие;
 - ◆ Краткосрочные;
 - ◆ Среднесрочные;
 - ◆ Долгосрочные;
 - ◆ Дальнесрочные.
-
- | | |
|----------------------------------|---|
| Количественные признаки | – это признаки, имеющие числовое выражение, и они могут быть измерены по каждой единице совокупности. |
| Интервальный ряд динамики | – ряд числовых значений определенного статистического показателя, характеризующего размеры изучаемого явления за определенные промежутки / периоды, интервалы/ времени. |
| Моделирование | – воспроизведение основных характеристик исследуемого объекта на другом объекте, специально созданном для этих целей. |
| Модель | – это отображение или аналог явления или процесса в основных существенных для него чертах. |
| Моментный ряд | – ряд числовых значений определенного статистического показателя, характеризующего размеры изучаемого явления на определенные даты, моменты времени. |
| Объективизация прогноза | – процедура выбора метода прогнозирования. |

- Предсказание** – это предвидение таких событий, количественная характеристика которых невозможна или затруднена.
- Период упреждения** – это отрезок времени от момента, для которого имеются последние фактические данные об изучаемом объекте до момента, к которому относится прогноз.
- Признак** – общее свойство, характерная черта или иная особенность единиц совокупности, которые могут быть наблюдаемы или измерены.
- Принцип инерционности** – предполагает сохранение, присущих социально-экономическим явлениям, тенденций и закономерностей прошлого и настоящего в будущем.
- Прогноз** – это количественное вероятностное утверждение в будущем о состоянии объекта, с относительно высокой степенью достоверности, на основе анализа тенденций и закономерностей прошлого и настоящего.
- Прогнозирование** – это научно-обоснованное, основанное на системе установленных причинно-следственных связей и закономерностей, выявление состояния и вероятных путей развития явлений и процессов.
- Ранг** – порядковый номер значения признака, расположенного в порядке возрастания или убывания величин.

-
- Ранжирование** – общее свойство, характерная черта или иная особенность единиц совокупности, которые могут быть наблюдаемы или измерены.
- Результативный признак** – предполагает сохранение, присущих социально-экономическим явлениям, тенденций и закономерностей прошлого и настоящего в будущем.
- Ряд динамики** – это количественное вероятностное утверждение в будущем о состоянии объекта, с относительно высокой степенью достоверности, на основе анализа тенденций и закономерностей прошлого и настоящего.
- Связные временные ряды** – это научно-обоснованное, основанное на системе установленных причинно-следственных связей и закономерностей, выявление состояния и вероятных путей развития явлений и процессов.
- Статистическая информация** – порядковый номер значения признака, расположенного в порядке возрастания или убывания величин.
- Статистическая закономерность** – форма проявления причинной связи, выражающаяся в последовательности, регулярности, повторяемости событий с достаточно высокой степенью вероятности, если причины, порождающие события, не изменяются или изменяются незначительно. Статистические закономерности устанавливаются на основе анализа массовых данных.

- Статистическая совокупность** – множество единиц, обладающих массовостью, однородностью, определенной целостностью, взаимозависимостью состояний отдельных единиц и наличием вариации.
- Тенденция** – основное направление, закономерность развития явления.
- Тенденция автокорреляции** – тенденция изменения связи между отдельными уровнями временного ряда.
- Тенденция дисперсии** – это изменения отклонений эмпирических значений временного ряда от значений, полученных по уравнению тренда.
- Тенденция среднего уровня** – аналитически выражается в виде математической функции, вокруг которой варьируют фактические значения изучаемого явления.
- Тренд** – это некоторая математическая функция $f(t)$, которая описывает тенденцию изменения явления.
- Факторные признаки** – это признаки, оказывающие влияние на изменение результативного признака.
- Экономико-статистический анализ** – это разработка экономических основ на широком применении традиционных статистических и математико-статистических методов с целью контроля адекватного отражения исследуемого явления.

Экстраполяция – нахождение уровней за пределами изучаемого временного ряда, то есть продление временного ряда на основе выявленной закономерности изменения уровней в изучаемый отрезок времени.

Этапы анализа:

- Формулировка целей анализа;
- Критическая оценка данных;
- Сравнительная оценка и обеспечение сопоставимости данных;
- Формирование системы обобщенных показателей;
- Регистрация и обоснование существенных свойств, сходств и различий, связей и закономерностей изучаемых явлений и процессов;
- Формулировка заключительных выводов и практических предложений о резервах развития изучаемого явления.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Вайну Я.Я. Корреляция рядов динамики. – М.: Статистика, 1977.
2. Гранберг Д. Статистическое моделирование и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика, 1990.
3. Иващенко Т.А., Кильдишев Г.С., Шмойлова Р.А. Статистическое изучение основной тенденции и взаимосвязи в рядах динамики. – Томск, издательство Томского университета, 1985.
4. Королев Ю.Г., Рабинович П.М., Шмойлова Р.А. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 1985.
5. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. – М.: Статистика, 1977.

Дополнительная литература

1. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976.
2. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. – М.: Статистика, 1974.
3. Венсель В.В. Интегральная регрессия и корреляция: статистическое моделирование рядов динамики. – М.: Финансы и статистика, 1983.
4. Кильдишев Г.С., Френкель А.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Статистика, 1973.
5. Ковалева Л.Н. Многофакторное прогнозирование на основе рядов динамики. – М.: Статистика, 1980.
6. Лизер Р. Эконометрические методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979.
7. Льюис Х.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. – М.: Статистика, 1986.
8. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979.

9. Маленво Э. Статистические методы эконометрии. Вып. 1, 2. – М.: Статистика, 1976.
10. Рябушкин Т.В. Методологические методы анализа и прогноза краткосрочных процессов. – М.: Статистика, 1979.
11. Манелля А.В., Юзбашев М.М. Статистический анализ тенденций колеблемости. – М., Финансы и статистика, 1983.

Заключение

В предложенном учебном пособии рассмотрена методология комплексной оценки и анализа реальных социально-экономических явлений и процессов, представленных одномерными и многомерными временными рядами, в разрезе выявления, характеристики и моделирования тенденции и методов ее прогнозирования с учетом особенностей и специфики применяемых методов и изучаемого объекта исследования.

Статистическая методология анализа временных рядов и прогнозирования находит широкое применение во многих областях знаний как на макро-, так и на микроуровнях экономического развития, оценке эффективности, финансового состояния и финансовой устойчивости, деловой активности сегментов различных рынков и организационно-правовых структур.

Наиболее эффективным и целесообразным является широкое использование прикладного программного обеспечения при решении задач исследования конкретных социально-экономических явлений и процессов, что существенно ускоряет проведение расчетов. В этой связи распространены следующие программные продукты, такие как стандартные пакеты прикладных программ STATISTIKA, ОЛИМП, SPSS, STATGRAPHICS и другие.

Руководство по изучению дисциплины

1. Сведения об авторе

Садовникова Наталья Алексеевна, доктор экономических наук, профессор, специалист с многолетним опытом работы в системе высшей школы, специализируется на проблемах совершенствования методологии экономико-статистического анализа, моделирования и прогнозирования социально-экономических явлений и процессов на базе применения традиционных статистических и многомерных математико-статистических методов анализа и прогнозирования статической и динамической информации и особенностей ее прикладного назначения и применения в оценке деловой активности и эффективности функционирования и перспектив развития организационно-правовых структур на различных иерархических уровнях управления, а также в оценке состояния и перспектив развития сегментов рыночной экономики.

В МЭСИ Садовникова Н.А. преподает учебные дисциплины: «Теория статистики», «Анализ временных рядов и прогнозирование», «Основы статистического моделирования», «Количественные методы бизнес-прогноза», «Основы бизнес-статистики и прогнозирования».

Садовникова Н.А. является автором более 70-ти научных работ и статей в области теории статистики и методологии моделирования и прогнозирования конкретных явлений и процессов в социально-экономической сфере общим объемом более 140 п.л.

Садовникова Н.А. имеет опыт экспертной работы в бизнес-структурах.

***Список основных научных и методических трудов
Садовниковой Натальи Алексеевны***

Монографии

1. Статистическая оценка эффективности деятельности строительных организаций: Монография. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 16,66 п.л.
2. Строительный комплекс г. Москвы: методология оценки перспектив развития: Монография. – М.: МЭСИ, 2002.– 10,00 п.л. (в соавт., авт. – 5,00 п.л.).

Учебники и учебные пособия

3. Статистика: Учебник / Под ред. А.Е. Суринова. – М.: Изд-во РАГС, 2005. – 36,9 п.л. (в соавт., авт. – 2,78 п.л.).
4. Статистика: Учебник / Под ред. Г.В. Минашкина. – М.: Проспект, 2005. – 17,0 п.л. (в соавт., авт. – 4,35 п.л.).
5. Теория статистики. Учебное пособие. Практикум. – М.: МЭСИ, 2005. – 37,0 п.л. (в соавт., авт. – 7,5 п.л.).
6. Статистика: Учебник для учреждений сред.проф.образования / Под ред. В.С. Мхитаряна. – М.: Академия, 2004. – 17,0 п.л. (в соавт., авт. – 2,9 п.л.).
7. Теория статистики: Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 2004. – 19,5 п.л. (в соавт., авт. – 4,94 п.л.).
8. Статистика: Учебник / Под ред. В.С. Мхитаряна. – М.: Экономист, 2004. – 42,0 п.л. (в соавт., авт. – 3,4 п.л.).
9. Теория статистики: Практикум. – М.: МЭСИ, 2004. – 8,9 п.л. (в соавт., авт. – 1,32 п.л.).
10. Анализ временных рядов и прогнозирование. Вып. 2. Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 2004. – 12,4 п.л. (в соавт., авт. – 8,47 п.л.).
11. Практикум по теории статистики: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 25,48 п.л. (в соавт., авт. – 10,22 п.л.).
12. Теория статистики: Учебник. Четвертое издание, дополненное и переработанное. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 40,18 п.л. (в соавт., авт. – 11,63 п.л.).

13. Анализ временных рядов и прогнозирование. Выпуск 2: Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 2002. – 10,25 п.л. (в соавт., авт. – 5,13 п.л.).
14. Основы статистического моделирования: Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 2002. – 8,50 п.л. (в соавт., авт. – 4,25 п.л.).
15. Количественные методы бизнес-прогноза: Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 2002. – 9,82 п.л.
16. Задачи и упражнения по курсу «Теория статистики». – М.: МЭСИ, 2002. – 39,40 п.л. (в соавт., авт. – 10,72 п.л.).
17. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 2001. – 4,40 п.л. (в соавт., авт. – 2,23 п.л.).
18. Статистика: Учебник. – М.: Мастерство, 2001. – 17,00 п.л. (в соавт., авт. – 2,91 п.л.).
19. Теория статистики: Учебник. Третье издание, переработанное. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 34,30 п.л. (в соавт., авт. – 8,18 п.л.).
20. Теория статистики: Учебно-практическое пособие. – М.: МЭСИ, 1999. – 32,50 п.л. (в соавт., авт. – 8,53 п.л.).
21. Курс лекций по теории статистики. – М.: МЭСИ, 1999. – 11,25 п.л. (в соавт., авт. – 2,88 п.л.).
22. Задачи и упражнения по курсу «Теория статистики». Часть 1,2,3. – М.: МЭСИ, 1999. – 7,08 п.л. (в соавт., авт. – 2,71 п.л.).
23. Теория статистики: Учебник. Второе издание, дополненное и переработанное. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 35,28 п.л. (в соавт., авт. – 8,45 п.л.).
24. Практикум по теории статистики: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 25,50 п.л. (в соавт., авт. – 10,84 п.л.).
25. Теория статистики: Учебник. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 28,40 п.л. (в соавт., авт. – 7,04 п.л.).

2. Цели, задачи изучения дисциплины и сферы профессионального применения

Современный этап социально-экономического развития страны выдвигает на первый план задачу оценки состояния и перспектив развития субъектов рыночных отношений на различных иерархических уровнях управления с целью выбора оптимальных управленческих, организационно-правовых и производственно-хозяйственных решений, направленных на повышение эффективности и деловой активности их функционирования и взаимодействия как в границах внутренней, так и внешней среды. В этой связи возрастает роль методологии статистического оценивания состояния, основных тенденций и перспектив развития субъектов рыночных отношений – организационно-правовых структур вне зависимости от отраслевой принадлежности, форм собственности и внутренней структурной градации, то есть возрастает роль анализа числовой информации, представленной в формах статистической, бухгалтерской и других видах отчетности и прогнозирования числовых параметров деятельности фирм, коммерческих банков, страховых компаний, различных сегментов финансового и других рынков с целью определения перспектив их развития и путей принятия наиболее эффективных решений и направлений дальнейшей деятельности.

Дисциплина «Анализ временных рядов и прогнозирование» включает в себя комплексную методологию статистического анализа, моделирования и прогнозирования динамической информации, представленной временными рядами социально-экономических явлений и процессов. В курсе нашло отражение обобщение отечественного и зарубежного опыта использования статистико-математических методов изучения и прогнозирования социально-экономических явлений и процессов.

Преподавание дисциплины «Анализ временных рядов и прогнозирование» строится исходя из требуемого уровня базовой подготовки экономистов по различным специальностям. **Конечной целью** изучения дисциплины является фор-

мирование у будущих специалистов глубоких теоретических знаний методологии и методики анализа временных рядов, статистического моделирования и прогнозирования, и практических навыков по экономико-статистическому анализу состояния и прогнозирования конкретных социально-экономических явлений и процессов на основе построения адекватных, и в достаточной степени аппроксимирующих реальные явления и процессы прогностических моделей, на основе которых возможна выработка конкретных предложений, рекомендаций и путей их прикладного использования на макро- и микроуровнях.

Роль и место дисциплины в профессиональной подготовке экономистов-статистиков определяется ее значительностью в изучении студентами специальных дисциплин. Поэтому, для успешного овладения ею требуется предварительное изучение таких дисциплин как «Теория статистики», «Экономическая информатика и вычислительная техника» и других дисциплин.

В ходе изучения дисциплины ставятся **задачи** научить студентов:

- методологии анализа временных рядов и прогнозирования;
- осуществлять постановку задачи при разработке статистических моделей, отражающих в динамике структуру, взаимосвязь сложных социально-экономических явлений и процессов, и на их основе строить модели прогноза, оценивать их качество, точность и надежность;
- изучать самостоятельно научную и учебно-методическую литературу по анализу временных рядов и прогнозированию и уметь составлять критические обзоры опубликованных работ;
- использовать в своей деятельности современные статистико-математические методы и модели для анализа и прогнозирования конкретных социально-экономических явлений и процессов.

Полученные знания являются неотъемлемой составляющей образования современного высококвалифицированного экономиста-аналитика, статистика, маркетолога, менеджера.

Сфера профессионального применения полученных знаний обширна:

- моделирование и прогнозирование технико-экономических показателей отрасли, фирмы, предприятия;
- моделирование и прогнозирование рынка жилья;
- моделирование мотивов поведения потребителей;
- анализ и прогнозирование товарной структуры рынка;
- анализ, моделирование и прогнозирование сегментов рынка;
- анализ, моделирование и прогнозирование межфирменной структуры рынка;
- анализ и прогнозирование рекламы в системе маркетинговых коммуникаций;
- моделирование и прогнозирование в системе управления производством;
- внутрифирменное прогнозирование;
- прогнозирование потребности и управления персоналом;
- анализ и прогнозирование внешней и внутренней предпринимательской среды;
- анализ и прогнозирование систем имущественного, подотраслей личного и государственного социального страхования;
- анализ, моделирование и прогнозирование показателей деятельности, финансовой устойчивости и деловой активности сегментов фондового рынка, рынка ценных бумаг, биржевых структур;
- прогнозирование в социологии;
- прогнозирование в экологии.

3. Необходимый объем знаний для изучения данной дисциплины

Для успешного изучения данной дисциплины студент должен:

Знать:

- существующие статистико-математические методы и модели, применяемые при анализе, расчете и прогнозировании показателей, представленных временными рядами;
- основные принципы статистического моделирования и прогнозирования;
- границы возможностей, предпосылки и область применения статистико-математических методов при построении статистических моделей прогноза и обеспеченность их программными средствами;
- методику сбора и анализа статистической информации, необходимой для разработки экономико-статистических моделей;
- основные проблемы и направления совершенствования методологии статистического моделирования и прогнозирования в стране и за рубежом.

Уметь:

- осуществлять постановку задач при разработке статистических моделей структуры, взаимосвязи и динамики социально-экономических явлений и процессов и на их основе разработку ретроспективных и перспективных прогностических моделей, производить оценку их качества, точности и надежности;
- проводить комплексный экономико-статистический анализ и прогнозировать конкретные социально-экономические явления и процессы с использованием статистических пакетов прикладных программ.

Иметь представление:

- о направлениях развития статистико-математических методов и моделей прогнозирования социально-экономических явлений и процессов;
- о возможных областях применения статистико-математических методов и моделей при исследовании деловой активности и эффективности функционирования субъектов рыночной экономики.

4. Перечень основных тем

Тема 1. Методологические аспекты анализа и статистического моделирования временных рядов

Цель изучения: рассмотреть основные понятия, категории и классификации временных рядов и статистических моделей, и статистического анализа, понять сущность, способы расчета и экономическую интерпретацию основных аналитических и средних показателей временного ряда, определить этапы и выделить проблемы построения статистических моделей временных рядов.

Дидактические характеристики Темы 1:

Временные ряды, их характеристика и задачи анализа. Общая схема анализа временных рядов по компонентам ряда. Время как фактор в анализе сложных социально-экономических явлений.

Статистические модели, их классификация. Место динамических моделей в системе экономико-статистических моделей. Модель как отражение действительности. Соотношение объекта и модели. Основные этапы построения статистических моделей динамики. Проблемы построения моделей временных рядов.

Статистическая гипотеза в статистическом моделировании. Динамичность и инерционность экономических процессов.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- основные понятия и классификацию временных рядов;
- сущность и назначение компонент временного ряда и общую схему покомпонентного анализа;
- основные классификации моделей общей теории моделирования и представлять место статистических моделей динамики в общей схеме статистического моделирования;
- основные классификации моделей динамики;
- сущность и содержание основных этапов построения статистических моделей;
- проблемы построения статистических моделей, с выделением специфики моделей временных рядов.

Уметь определять и интерпретировать аналитические и средние показатели временного ряда, использовать их и комбинации этих показателей в анализе тенденций развития конкретных социально-экономических явлений и процессов, разрабатывать программу проведения бизнес-прогноза.

Приобрести и развить *навыки* анализа динамической информации на базе широкого применения традиционных статистических методов анализа временных рядов.

При изучении Темы 1 необходимо:

Читать учебник:

- учебное пособие под ред. Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – РАЗДЕЛ I «Теоретико-методологические аспекты моделирования социально-экономических явлений и процессов»;
- учебник «Теория статистики» под ред. Шмойловой Р.А. – М.: Финансы и статистика, 2000, стр. 334–336, стр. 340–350;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Гранберга А.Г. – М.: Финансы и статистика, 1990, стр. 7–19.

Выполнить задание из Практикума.

Акцентировать внимание на следующих понятиях: временной ряд, временные ряды абсолютных, относительных и средних величин, интервальные и моментные ряды динамики, одномерные и связные временные ряды, тенденция, тренд, моделирование, модель, общая схема классификации моделей, схема статистического моделирования, классификация статистических моделей в зависимости от уровня моделирования, характера развития объектов во времени, характера используемой информации, статистической информации, этапы построения моделей, основные задачи, решаемые при построении статистических моделей временных рядов, проблемы построения статистических моделей с акцентом на модели временных рядов.

Для изучения темы необходимо:

1. Охарактеризовать исходный временной ряд конкретного социально-экономического явления или процесса на основе существующей классификации;
2. Знать методику расчета и экономической интерпретации основных аналитических и средних показателей временных рядов в различных модификациях ее представления;
3. Охарактеризовать, на основе полученных расчетных значений аналитических и средних показателей динамики, существующие тенденции развития явления или процесса, сделать предположение о форме тренда.

Для самооценки Темы 1

Необходимо выполнить следующее задание: по данным любого статистического ежегодника выбрать одномерный временной ряд по любому статистическому показателю оценки субъекта экономических отношений и проанализировать его динамику и тенденцию развития согласно условию

задания Практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Ответить на вопросы 1, 2, 5, 12 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по Теме 1

1. Основные понятия и классификации временных рядов с конкретными примерами.
2. Основные понятия и классификации статистических моделей динамики, рассмотренные на конкретных примерах.
3. Расчет и экономическая интерпретация аналитических и средних показателей временного ряда и совокупный экономико-статистический анализ рассматриваемого явления или процесса по схеме, предложенной в задании 1.2 Программы и задания для самостоятельной работы студентов.
4. Рассмотрение и апробация возможностей применения комбинации аналитических показателей временного ряда в оценке типа существующей тенденции анализируемого на семинаре показателя, характеризующего реальный объект.
5. Выполнить Практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 2. Методологические вопросы статистического прогнозирования

Цель изучения: ознакомить и ввести в курс общей теории прогностики на основе изложения понятийного и категорийного аппарата с выделением основных этапов построения и классификаций.

Дидактические характеристики Темы 2:

Предмет статистического прогнозирования. Основные принципы и функции статистического прогнозирования. Прогностика как метод научного познания.

Понятие статистического прогноза. Классификация видов и способов прогнозирования: по сложности, масштабности, сте-

пени детерминированности, степени информационного обеспечения, методологии. Этапы построения моделей статистического прогнозирования. Классификация методов и моделей статистического прогнозирования.

Время упреждения.

Надежность прогнозов. Точность прогнозов на основе абсолютных, относительных и средних величин. Оценка точности прогнозов и показатели вариации. Распределение средней квадратической ошибки прогноза. Показатели корреляции в оценке точности статистических прогнозов.

Построение доверительных интервалов. Метод ретроспективного прогноза. Верификация прогнозов.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- теоретические основы статистического прогнозирования;
- основные понятия и категории, употребляемые в прогностике;
- классификацию прогнозов;
- классификацию метода статистического прогнозирования;
- основные требования выбора метода прогнозирования;
- сущность точечного и интервального прогнозирования;
- краткое изложение и ознакомление с методами прогнозной экстраполяции;
- основные этапы разработки статистических прогнозов;
- требования, предъявляемые к построению статистических моделей временных рядов;
- классификацию объектов прогнозирования;
- методы верификации прогнозов;
- методы оценки точности прогнозов в разрезе абсолютных, относительных и средних показателей;
- иметь представление о совмещенной оценке методов и информационного обеспечения прогнозирования;
- принципы построения ретроспективного прогноза.

Уметь:

охарактеризовать объект прогнозирования в соответствии с существующей классификацией, охарактеризовать экономические прогнозы в зависимости от цели прогнозирования, периода упреждения и т.д., выбрать метод прогнозирования с учетом специфики изучаемого объекта и особенностей информационной базы по нему; различать и обосновывать на примерах понятия точности и надежности прогнозов, точечного и интервального прогноза, применять методы верификации прогноза на практике, определять и проводить сравнительный анализ значений различных показателей точности статистических прогнозов, разрабатывать программу проведения бизнес-прогноза с последующей оценкой его точности и надежности.

Приобрести навыки характеристики объекта прогнозирования, практического применения методов верификации прогнозов при решении конкретных экономических задач, использования показателей точности прогнозных оценок, выбора метода прогнозирования.

При изучении Темы 2 необходимо:

Читать:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – РАЗДЕЛ III «Прогнозирование динамики социально-экономических явлений и процессов»;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование», ч. 2, под ред. Рабиновича П.М. – М.: МЭСИ, 1980, стр. 5–14;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Гранберга А.Г. – М.: Финансы и статистика, 1990, стр. 167–175, стр. 198–205.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях:

прогнозирование, предсказание, прогноз, прогностика, поисковое прогнозирование, нормативное прогнозирование, классификация прогнозов в зависимости от области применения, сложности, периода упреждения, принцип инерционности, этапы разработки прогнозов, требования к моделям прогнозирования, классификация объектов прогнозирования по масштабности, сложности, степени детерминированности, характеру развития во времени, степени информационного обеспечения, верификация прогнозов, прямая, дублирующая верификация, верификация на основе инверсии, верификация методом «адвоката – дьявола», точность прогноза, уровень неопределенности прогноза, средняя ошибка аппроксимации, средняя квадратическая ошибка прогноза, коэффициент несоответствия, коэффициент качества прогноза, надежность прогноза.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Знать методику ретроспективного прогнозирования;
2. Знать требования выбора метода прогнозирования;
3. Знать методику расчета и возможности применения показателей точности прогноза в разрезе базовых показателей вариации и коэффициентов корреляции;
4. Знать схему расчета различных модификаций коэффициента несоответствия;
5. Уметь провести сравнительный анализ полученных в пп. 3 и 4 результатов оценки точности прогнозов;
6. Знать сущность и возможности применения методов верификации прогнозов.

Для самооценки Темы 2

Необходимо выполнить на информационной базе, сформированной в задании

Ответить на вопросы 7, 8, 9, 10, 11, 29 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по Теме 2

1. Вопросы на обсуждение:
 - охарактеризовать статистическое прогнозирование как составную часть общей прогностики;
 - раскрыть теоретические основы статистического прогнозирования;
 - перечислить основные понятия и категории, используемые в прогностике;
 - сформулировать основные требования выбора метода прогнозирования и проиллюстрировать на конкретном примере;
 - раскрыть сущность точечного и интервального прогноза и проиллюстрировать на конкретных примерах;
 - раскрыть содержание основных показателей точности статистических прогнозов;
 - раскрыть сущность и возможности применения методов верификации на конкретных примерах.
2. Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 3. Априорный анализ составляющих компонент временного ряда

Цель изучения: рассмотреть комплексную методику априорного анализа исходных данных и на этой основе научить студентов определять пригодность массива информационной базы при прогнозировании социально-экономических явлений.

Дидактические характеристики Темы 3:

Методы оценки однородности совокупности исходных данных по временным рядам. Традиционные статистические методы в анализе однородности статистической совокупности. Графический метод в анализе временных рядов.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- сущность и этапы проведения априорного анализа исходных данных, представленных временными рядами;
- методы выявления аномальных наблюдений и алгоритм их практической реализации;
- методику корректировки аномальных наблюдений различными методами;
- методы анализа однородности совокупности, выделения однородных групп и подгрупп – временных интервалов, и алгоритм расчета показателей статистического оценивания степени однородности.

Уметь: применять методы априорного анализа при проверке пригодности исходных данных, представленных временными рядами, для прогнозирования количественными статистическими методами с учетом специфики конкретного социально-экономического явления или процесса, анализировать причины возникновения во временных рядах аномальных наблюдений и применять методы и способы их устранения или корректировки, в случае возможности и необходимости этого процесса.

Приобрести навыки работы с первичными данными в аспекте проведения комплексного качественного их анализа.

При изучении Темы 3 необходимо:

Читать учебник:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – РАЗДЕЛ II;
- «Теория статистики» под ред. Шмойловой Р.А. – М.: Финансы и статистика, 2000, стр. 205–211, стр. 473–477, стр. 487;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под. ред. Рабиновича П.М., ч. 2. – М.: МЭСИ, 1980, стр. 14–24;

• учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование», 1990, стр. 45–52, стр. 67–69.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях: анализ, экономико-статистический анализ, статистическая информация, требования, предъявляемые к статистической информации, априорный анализ, однородность совокупности, инвариантный анализ и его сущность, предельные значения, пороговые значения, объективизация прогноза, аномальные наблюдения, виды ошибок аномальности.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Охарактеризовать исходный временной ряд социально-экономического явления, предварительно рассчитав средние показатели и показатели вариации.
2. На основе визуального анализа данных сделать предположение о возможных значениях аномальных наблюдений.
3. Рассчитать и провести сравнительный анализ аналитических показателей временного ряда.
4. Проанализировать отклонения эмпирических значений от среднего уровня временного ряда и сделать предположение о наличии аномальных наблюдений.
5. Выявить аномальные наблюдения одним из предложенных методов.
6. Проанализировать характер возникновения аномальности.
7. Скорректировать совокупность исходных данных на предмет наличия аномальных наблюдений.
8. Проверить совокупность исходных данных на однородность всеми известными критериями. Проанализировать результаты.

Для самооценки Темы 3

Необходимо выполнить следующее задание: по данным любого статистического ежегодника или по данным, отобранным в п. 4.4 темы 1 выбрать одномерный временной ряд статистического показателя, характеризующего социально-экономическое явление или процесс и проанализировать его согласно условию задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Ответить на вопросы 1, 2, 3, 4 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по Теме 3

1. Обсуждение вопросов:
 - что понимается под однородностью данных с позиций статистического прогнозирования;
 - каковы основные причины, вызывающие неоднородность совокупности данных;
 - охарактеризуйте содержательные и формальные способы выявления неоднородности;
 - каковы наиболее используемые алгоритмы выявления неоднородности совокупности;
 - охарактеризуйте причины аномальных наблюдений во временных рядах;
 - охарактеризуйте методы выявления и корректировки аномальных наблюдений.
2. Выполнение задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 4. Моделирование основной тенденции временного ряда

Цель изучения: рассмотреть комплексную методiku выявления, анализа и моделирования основной тенденции временного ряда.

Дидактические характеристики Темы 4

Понятие основной тенденции и динамики развития социально-экономических явлений.

Основные принципы построения моделей тенденции.

Статистические модели тенденции. Графический метод и метод укрупнения интервалов как методы выявления тенденции временного ряда. Метод скользящих средних. Метод аналитического выравнивания на основе кривых роста. Проверка гипотезы о существовании тренда.

Статистические модели тенденции среднего уровня, дисперсии, автокорреляции.

Методы выявления тенденции в целом во временном ряду: кумулятивный критерий, фазочастотный критерий знаков разностей Валлиса и Мура.

Методы выявления тенденции по видам: метод сравнения средних уровней временного ряда, метод Фостера-Стюарта.

Методы определения типа тенденции: критерий Кокса-Стюарта.

Кривые роста: характеристика основных моделей, методы выбора наилучшей кривой роста, оценивание параметров моделей.

Абсолютные и относительные показатели временных рядов и выбор формы тренда. Метод разностного исчисления в анализе тенденции временных рядов и выборе формы тренда.

Дисперсионный метод анализа. Критерий серий, основанный на медиане выборки. Кумулятивный Т-критерий.

Критерии адекватности и значимости моделей тренда.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- основные понятия и определения темы;
- сущность и назначение основной тенденции временного ряда при построении прогноза;
- классификацию и содержание основных составляющих тенденции временного ряда;

- сущность, возможности применения, содержание основных гипотез, алгоритм расчета и интерпретацию основных гипотез метода сравнения средних уровней временного ряда;
- сущность, возможности применения, содержание основных гипотез, алгоритм расчета и интерпретацию основных гипотез метода Фостера-Стюарта;
- сущность, возможности применения, содержание основной гипотезы, алгоритм расчета и интерпретацию основной гипотезы кумулятивного T-критерия;
- сущность, возможности применения, содержание основной гипотезы, алгоритм расчета и интерпретацию основной гипотезы фазочастотного критерия знаков разностей Валлиса и Мура;
- сущность, возможности применения, содержание основной гипотезы, алгоритм расчета и интерпретацию выходных характеристик метода Кокса-Стюарта;
- алгоритм расчета различных модификаций метода скользящих средних и анализ основной тенденции на его основе;
- алгоритм расчета, интерпретацию и возможности применения метода аналитического выравнивания в анализе основного направления развития социально-экономических явлений;
- сущность и алгоритм реализации гипотезы методом дисперсионного анализа;
- сущность и возможности применения критерия серий, основанного на медиане выборки, в анализе выбора формы трендовой модели.

Уметь применять вышеперечисленные методы в анализе наличия тенденции, выявления и характеристики видов и типов тенденции во временных рядах конкретных социально-экономических явлений и процессов с учетом их специфики.

Приобрести и развить *навыки* выявления, анализа и моделирования основной тенденции во временных рядах конкретных объектов исследования.

При изучении Темы 4 необходимо:

Читать:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2004. – РАЗДЕЛ II, п. 2.3;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Королев Ю.Г., Рабинович П.М., Шмойлова Р.А. – М.: МЭСИ, 1985, стр. 52–59;
- Четыркин Е.М., Статистические методы прогнозирования. – М.: Статистика, 1977, стр. 17–23.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях: тенденция, тренд, тенденция среднего уровня, тенденция дисперсии, автокорреляция, тенденция автокорреляции, основная гипотеза, критерии значимости.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Определить наличие основной тенденции развития в исследуемом временном ряду;
2. Определить тип основной тенденции;
3. Определить вид тенденции;
4. Выявить основное направление тенденции;
5. Определить аналитическую форму выражения основной тенденции;
6. Обосновать модель тренда для описания тенденции;
7. Определить параметры выбранной модели;
8. Проверить правильность и значимость выбранного уравнения тренда.

Необходимо подробно ознакомиться с заданием практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование» и выполнить задание в соответствии с изложенными в них последовательностями.

Для самооценки темы 4

Необходимо выполнить следующее задание: по данным любого статистического ежегодника или данных, отобранных в теме 1 данного руководства проанализировать одномерный ряд динамики на предмет наличия, вида и типа тенденции в последовательности, изложенной в задании практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Ответить на вопросы 13, 14, 15, 16, 20 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по теме 4

- Занятие 1. Выявление тенденции во временном ряду. Кумулятивный T- критерий, Критерий знаков разностей Валлиса и Мура.
- Занятие 2, 3. Анализ типа тенденции временных рядов. Метод скользящих средних (четночленных, нечетночленных, простых и взвешенных). Критерий Кокса-Стюарта.
- Занятие 4. Анализ тенденции временных рядов по видам. Метод сравнения Средних уровней временного ряда. Метод Фостера-Стюарта.
- Занятие 5. Аналитическое выравнивание как метод описания основной Тенденции временных рядов.
- Занятие 6. Методы и критерии выбора формы тренда.
- Занятие 7. Аудиторная контрольная работа по теме «Моделирование основной тенденции временного ряда».

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 5. Моделирование случайной компоненты временного ряда

Цель изучения: рассмотреть методику статистического анализа и моделирования случайной компоненты временного ряда и определить ее роль при построении моделей динамики и прогнозирования.

Дидактические характеристики Темы 5:

Понятие случайной компоненты и основные этапы ее анализа.

Автокорреляция и методы ее устранения. Модели авторегрессии, скользящего среднего и модели с распределенными запаздываниями.

Применение обобщенного метода наименьших квадратов и авторегрессионных преобразований.

Спектральный анализ.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- основные понятия и определения темы;
- сущность, возможности применения и алгоритм реализации метода выявления автокорреляции в уровнях временного ряда;
- сущность, возможности применения и алгоритм реализации метода выявления автокорреляции в остатках временного ряда;
- сущность, предпосылки применения и алгоритм построения моделей авторегрессионных преобразований методом последовательных или конечных разностей;
- сущность, предпосылки применения и алгоритм построения моделей авторегрессионных преобразований методом Фриша-Воу;
- сущность, предпосылки применения и алгоритм построения моделей авторегрессионных преобразований по отклонениям эмпирических значений признака от теоретических, полученных по модели тренда;

- сущность, возможности применения и алгоритм расчета критерия серий, основанного на медиане выборки;
- сущность, возможности применения и алгоритм реализации критерия минимумов и максимумов;
- сущность, возможности применения и алгоритм реализации критерия восходящих и нисходящих серий;
- сущность и условия применения методов проверки случайности распределения случайной компоненты;
- сущность и условия применения методов проверки подчиненности или близости нормальному закону распределения случайной компоненты.

Уметь применять вышеперечисленные методы в анализе конкретных социально-экономических явлений и процессов с учетом их особенностей развития и предпосылок реализации методов.

Приобрести навыки практического применения методики анализа случайной компоненты при решении практических задач разных уровней.

При изучении Темы 5 необходимо:

Читать:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – РАЗДЕЛ II, п. 2.5;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Гранберга А.Г. – М.: Финансы и статистика, 1990, стр. 181–184;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Королева Ю.Г., Рабиновича П.М., Шмойловой Р.А. – М.: МЭСИ, 1985, стр. 77–78.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях: случайная компонента, автокорреляция, тенденция автокорреляции, связанный временной ряд, временной лаг, модель авторегрессионных преобразований, нормальный закон распределения, асимметрия, эксцесс, стационарный случайный процесс.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Уяснить смысловое значение поставленной темы изучения.
2. Определить отклонения эмпирических от теоретических значений признака.
3. Определить наличие случайной компоненты во временном ряду.
4. Проверить гипотезу о нормальности распределения случайной компоненты различными методами.
5. Проверить гипотезу о стационарности случайной компоненты.

Для самооценки Темы 5

Необходимо выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование» по данным, рассмотренным в теме 1 данного руководства, либо по данным любого статистического ежегодника.

Ответить на вопросы 17, 18 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по теме 5

- Занятие 1,2. Методы выявления и анализа случайной компоненты. Решение задач с применением критерия серий, критерия минимумов и максимумов, критерия восходящих и нисходящих серий.
- Занятие 2. Статистический анализ нормальности распределения случайной компоненты: этапы, алгоритм и интерпретация результатов на конкретных примерах.

- Занятие 3,4. Рассмотрение проблем автокорреляции и методов ее выявления.
- Занятие 4,5. Разработка и апробация методики построения моделей авторегрессионных преобразований различными методами. Оценка преимуществ и недостатков каждого из них.
- Занятие 6. Аудиторная контрольная работа по теме «Моделирование случайной компоненты временного ряда».

Выполнение задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 6. Моделирование периодической компоненты временного ряда

Цель изучения: рассмотрение комплексной методики анализа и моделирования периодической компоненты как одной из составляющих компонент уровней временного ряда.

Дидактические характеристики Темы 6:

Понятие периодической компоненты временного ряда. Классификация моделей временных рядов с периодическими колебаниями. Методы выявления периодической составляющей во временных рядах. Дисперсионный метод анализа.

Фильтрация периодической компоненты. Фильтрация сезонной компоненты. Итеративные методы фильтрации периодической компоненты: метод Четверикова, метод Ферстера, метод Шискина-Эйзенпресса.

Аналитическое выравнивание периодической составляющей. Методы анализа сезонной волны. Статистические модели сезонной волны. Гармоники Фурье. Спектральный анализ временных рядов.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- определение и сущность периодической компоненты;
- классификацию моделей периодических колебаний;

- критерий минимумов и максимумов;
- дисперсионный метод анализа;
- метод Четверикова;
- метод Ферстера;
- метод Шискина-Эйзенпресса;
- метод аналитического выравнивания;
- гармонический метод анализа;
- метод спектрального анализа временных рядов.

Уметь применять в практических исследованиях вышеперечисленные методы выявления и анализа периодической компоненты с учетом специфики предложенных методов и особенностей изучения и поведения объекта исследования.

Приобрести навыки практического использования рассмотренной в данной теме методологии анализа периодической и сезонной компонент.

При изучении Темы 6 необходимо:

Читать:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – РАЗДЕЛ II, п. 2.6;
- учебное пособие «Статистическое изучение сезонности в сельском хозяйстве» под ред. Литвиновой Л.В., Шмойловой Р.А. – М.: МЭСИ, 1989, стр. 36–65;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Гранберга А.Г. – М.: Финансы и статистика, 1980, стр. 108–114;
- учебник «Теория статистики» под ред. Шмойловой Р.А. – М.: Финансы и статистика, 2000, стр. 375–389.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях: сезонная компонента, периодическая компонента, сезонная волна, гармоники Фурье, спектральный анализ.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Изобразить графически исходные данные.
2. Проверить исходный временной ряд на наличие тенденции.
3. Выбрать и обосновать модель тренда.
4. Определить абсолютные отклонения эмпирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по тренду.
5. Проверить временной ряд на наличие сезонной компоненты.
6. Определить связь между трендом и сезонными колебаниями.
7. Проверить остатки на наличие автокорреляции.
8. Построить модель сезонной волны по отклонениям.
9. Определить порядок гармоник Фурье и определить ее параметры.

Задание выполнить в соответствии с условиями задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование» и в аналогичной последовательности.

Для самооценки Темы 6

Необходимо выполнить по условиям задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование», по данным, изложенным в статистических ежегодниках и периодической печати в соответствии с последовательностью выполнения задания к теме.

План семинарских и практических занятий по Теме 6

1. Рассмотрение сущности перечисленных в дидактических характеристиках методов анализа периодической компоненты.
2. Сравнительный анализ методов выявления периодической компоненты.

3. Рассмотрение алгоритма реализации и интерпретации выходных характеристик критерия минимумов и максимумов и дисперсионного метода анализа как методов выявления периодической составляющей.

4. Рассмотрение сущности, алгоритма реализации и интерпретации основных характеристик итеративных методов фильтрации периодической компоненты.

5. Анализ динамики сезонной волны.

6. Построение моделей гармоник Фурье и выбор наилучшей.

7. Выполнение задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 7. Моделирование связанных временных рядов

Цель изучения: построение многофакторных моделей регрессии основных показателей деятельности организационно-правовых структур на базе динамической информации и методика оценки значимости моделей с учетом специфики изучаемых объектов и предпосылок реализации методологии многофакторного динамического моделирования.

Дидактические характеристики темы 7:

Классификация эконометрических моделей. Понятие модели взаимосвязи. Теоретические и методологические предпосылки построения адекватных статистических моделей взаимосвязей. Особенности моделирования взаимосвязи статистическими методами.

Выбор формы связи. Поле корреляции. Статистические модели регрессии. Мультиколлинеарность и методы ее выявления. Определение параметров регрессии. Доверительные интервалы регрессии. Методы отбора факторных признаков. Особенности моделирования временных рядов с помощью корреляционно-регрессионного анализа. Ложная корреляция. Переменная корреляция и автокорреляции.

Методы построения множественных регрессионных моделей по временным рядам.

Критерии адекватности и значимости статистических моделей регрессии. Интерпретация статистических моделей регрессии.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- классификацию моделей;
- теоретические и методологические предпосылки построения моделей взаимосвязи;
- методы выбора формы связи;
- методы отбора факторных признаков на базе эвристических и многомерных математико-статистических методов;
- методы определения автокорреляции;
- методы выявления и устранения мультиколлинеарности;
- методы построения множественных регрессионных моделей по временным рядам;
- критерии адекватности и статистической значимости статистических моделей регрессии;
- показатели интерпретации моделей регрессии по временным рядам.

Уметь читать особенности изучаемого объекта исследования, решать проблемы построения статических моделей взаимосвязи социально-экономических явлений и процессов, статистически и экономически правильно отбирать факторные признаки, строить модели регрессии по временным рядам и оценивать их статистическую значимость и адекватность.

Приобрести навыки моделирования конкретных социально-экономических явлений и процессов с учетом их специфики.

При изучении Темы 7 необходимо:

Читать:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – ТЕМУ «Моделирование связанных временных рядов»;
- учебник «Теория статистики» под ред. Шмойловой Р.А. – М.: Финансы и статистика, 2000, стр.268–299.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях: модель, модель взаимосвязи, корреляция, поле корреляции, коэффициент регрессии, ложная корреляция, переменная корреляция, идентификация, точность прогноза, факторные признаки, результативные признаки, автокорреляция, мультиколлинеарность.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Определить результативный и факторные признаки и построить графики их зависимости.
2. Проверить временные ряды на наличие автокорреляции в уровнях.
3. Проверить временные ряды на наличие автокорреляции в остатках.
4. Построить модели авторегрессионных преобразований различными методами и сравнить выходные характеристики.
5. Определить параметры моделей.
6. Проверить адекватность регрессионных и авторегрессионных моделей.
7. Проверить значимость параметров моделей регрессии.
8. Сформулировать выводы.

Для самооценки Темы 7

Необходимо выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Ответить на вопросы 18, 19, 27 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по теме 7

1. Сущность и алгоритм расчета показателей автокорреляции.
2. Сущность и алгоритм расчета показателей корреляции.
3. Обоснование наличия и устранения мультиколлинеарности.
4. Построение моделей автокорреляции методами последовательных или конечных разностей, отклонений эмпирических значений признака от выравненных по тренду, Фриша-Воу.
5. Проверка статистической значимости и адекватности полученных моделей связи.
6. Проверка значимости параметров моделей.
7. Выполнение задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Тема 8. Прогнозирование динамики социально-экономических явлений

Цель изучения: рассмотреть сущность, предпосылки реализации, алгоритм расчета методов статистического прогнозирования одномерных временных рядов и выстроить на их основе комплексную методику прогнозирования числовой информации реально существующих социально-экономических явлений и процессов с учетом специфики изучаемых явлений и предпосылок реализации каждого из предложенных методов.

Дидактические характеристики темы 8:

Классификация методов прогнозирования, основанная на использовании одномерных временных рядов.

Простейшие методы прогнозирования: методы среднего уровня ряда, среднего абсолютного прироста и среднего темпа роста. Критерии выбора метода прогнозирования. Точечные и интервальные прогнозы. Оценка точности и надежности прогнозов, полученных простейшими методами.

Прогнозирование на основе экстраполяции трендов. Методы выбора трендовой модели прогноза: графический, последовательных разностей, кумулятивный критерий и так далее. Идентификация параметров кривой роста. Кривые роста Гомперца и Перля-Рида. Точность и надежность прогнозов на основе экстраполяции трендов.

Прогнозирование динамики развития социально-экономических явлений и процессов с учетом дисконтирования информации. Адаптивные модели прогнозирования. Понятие адаптации и адаптивной модели. Предпосылки построения адаптивных моделей. Метод простого экспоненциального сглаживания. Метод гармонических весов.

Прогнозирование периодической компоненты. Методы прогнозирования тренд-сезонных временных рядов. Прогнозирование на основе гармоники Фурье. Адаптивные модели прогнозирования сезонных колебаний (с мультипликативными и аддитивными коэффициентами сезонности). Сезонная модель Уинтерса. Спектральный анализ как метод прогнозирования циклических колебаний во временном ряду.

Прогнозирование одномерных временных рядов методом воссоединения отдельных компонент ряда.

Прогнозирование временных рядов, не имеющих тенденции. Критерии адекватности и статистической значимости моделей временных рядов.

Интерпретация моделей временных рядов. Принятие решений на основе моделей динамики.

Изучив данную тему, студент должен:

Знать:

- сущность и предпосылки реализации простейших методов прогнозирования;

- сущность и предпосылки реализации метода прогнозирования на основе экстраполяции тренда;
- сущность и содержание основной гипотезы методов выбора формы тренда: дисперсионный метод, кумулятивный критерий, стандартная средняя квадратическая ошибка и так далее;
- сущность и предпосылки реализации методов прогнозирования на основе кривой роста Гомперца, кривой роста Перля-Рида;
- сущность и предпосылки реализации метода гармонических весов;
- сущность и предпосылки реализации методом простого экспоненциального сглаживания;
- построение моделей прогноза на основе гармоники Фурье;
- сущность и предпосылки реализации методов прогнозирования временных рядов, не имеющих тенденции;
- методы оценки точности прогнозных оценок;
- методика покомпонентного разложения моделей прогноза.

Уметь применять методы прогнозирования на основе одномерных временных рядов с учетом предпосылок из реализации и особенностей изучаемых конкретных социально-экономических явлений и процессов.

Приобрести навыки прогнозирования числовой информации с учетом комплексности методологии прогнозирования социально-экономических явлений и процессов, представленных одномерными временными рядами.

При изучении Темы 8 необходимо:

Читать:

- учебное пособие под ред Садовниковой Н.А. и Шмойловой Р.А., М.: МЭСИ, 2007. – тему «Моделирование социально-экономических явлений»;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Гранберга А.Г. – М.: Финансы и статистика», 1990, стр. 175–198;
- учебное пособие «Статистическое моделирование и прогнозирование» под ред. Рабиновича П.М. – М.: МЭСИ. – Стр. 25–63;

- «Статистические методы прогнозирования». – М.: Статистика, 1977, стр. 52–62, 151–177.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях : прогноз, прогнозирование, одномерный временной ряд, тенденция, кумулятивный характер возрастания, принцип дисконтирования, прогноз точечный, прогноз интервальный, ошибка прогноза, сезонная компонента.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Построить точечный и интервальный прогнозы простейшими методами.

Обосновать выбор метода прогнозирования и произвести оценку точности полученных прогнозов.

2. Произвести точечный и интервальный прогнозы на основе кривой роста Гомперца и кривой роста Перля-Рида, предварительно проверив временной ряд на наличие тенденции одним из методов. Произвести оценку точности полученных прогнозов.

3. Проверить и обосновать предпосылки реализации методов дисконтирования информации.

4. Построить точечный и интервальный прогнозы методом простого экспоненциального сглаживания и методом гармонических весов и произвести оценку точности полученных прогнозных оценок.

5. По исходному временному ряду определить отсутствие тенденции. На основе распределения Пуассона определить вероятность совершения или несомнения благоприятной тенденции.

Для самооценки Темы 8

Необходимо выполнить по условиям заданий практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование» необходимо построить прогноз социально-экономического явления или процесса, временной ряд по которому желательно сформировать по данным статистического ежегодника и периодической печати.

Ответить на вопросы 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 вопросов для самопроверки Программы и задания для самостоятельной работы студентов.

4.5. План семинарских и практических занятий по Теме 8

- Занятие 1. Прогнозирование временных рядов, не имеющих тенденции.
- Занятие 2, 3. Простейшие методы прогнозирования временных рядов.
- Занятие 3. Прогнозирование временных рядов на основе экстраполяции тренда.
- Занятие 4. Прогнозирование временных рядов на основе кривых роста Гомперца и Перля-Рида.
- Занятие 5, 6. Прогнозирование временных рядов с учетом дисконтирования информации.
- Занятие 7. Аудиторная контрольная работа по теме: «Прогнозирование динамики социально-экономических явлений».

Выполнение заданий 4, 5, 6, 8 практикума.

Тема 9. Прогнозирование многомерных временных рядов

Цель изучения: рассмотрение комплексной методики прогнозирования социально-экономических явлений и процессов с учетом структуры и изменения влияния факторов, определяющих их развитие.

Дидактические характеристики темы 9:

Предпосылки использования моделей регрессии в прогнозировании социально-экономических явлений. Спецификация моделей регрессии. Идентификация системы моделей регрессии. Доверительные интервалы как оценка надежности прогнозов на основе уравнений регрессии.

Статистическое прогнозирование связи. Многофакторные модели динамического прогнозирования и их основные модификации. Спецификация многофакторных динамических моделей. Проблема идентификации. Метод динамизации параметров моделей регрессии. Структурные и рекурсивные модели.

Оценка точности и надежности прогнозов на основе моделей взаимосвязи. Принятие решений на основе прогнозов, полученных по моделям регрессии.

Изучив данную тему, студент должен:

Уметь строить многофакторные динамические модели прогноза различными способами с целью выявления наиболее полной структуры связей моделируемого признака под влиянием совокупности признаков, его определяющих.

Приобрести навыки анализа конкретных объектов во времени с учетом многообразия факторов, определяющих их развитие.

При изучении темы 9 необходимо:

Читать:

- «Математические методы анализа динамики и прогнозирования производительности труда» под ред. Френкеля А.А. – М.: Экономика, стр. 118–134.

Выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Акцентировать внимание на следующих понятиях: регрессия, спецификация моделей, точность прогнозов, автокорре-

ляция, мультиколлинеарность, идентификация, множественная регрессия, динамизация параметров, структурные модели, модель, моделирование, прогноз, прогнозирование.

Для выполнения заданий необходимо:

1. Определить факторные и результативные признаки.
2. Проверить временные ряды на автокорреляцию.
3. Построить матрицы парных коэффициентов корреляции. Сделать анализ.
4. Выбрать вид модели взаимосвязи.
5. Построить модели за каждый период времени.
6. Проверить значимость полученных уравнений и параметров модели.
7. Произвести сглаживание параметров модели для выявления тенденций их изменения.
8. Построить прогнозы параметров моделей регрессии и факторных признаков.
9. Сделать прогноз на основе многофакторной модели взаимосвязи.
10. Оценить надежность полученного прогноза.

Для самооценки Темы 9

Необходимо выполнить задание практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование» по данным, полученным из любого статистического ежегодника или периодической печати.

Ответить на вопросы 27 и 28 вопросов для самопроверки.

План семинарских и практических занятий по теме 9

См. п. 4.3. темы 9 – соответствует плану семинарских занятий по данной теме.

5. Для самопроверки и проведения итогового контроля необходимо:

Выполнить в полном объеме задания практикума по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование», уяснить и понять сущность, предпосылки реализации и экономическую интерпретацию выходных характеристик, предложенных и рассматриваемых в курсе методов и критериев.

Уметь использовать методы статистического анализа и прогнозирования при решении конкретных социально-экономических задач.

Знать ответы на контрольные вопросы по темам.

Знать ответы на контрольные вопросы для самопроверки.

Вопросы для самопроверки:

1. Основные этапы и принципы статистического анализа.
2. Статистическая информация и основные принципы ее формирования.
3. Аномальные наблюдения. Причины возникновения и методы анализа.
4. Требования, предъявляемые к информационной базе исследования.
5. Модель. Классификация статистических моделей.
6. Статистическое прогнозирование как составная часть общей теории прогностики.
7. Прогноз. Классификация статистических прогнозов.
8. Прогноз и предвидение. Основные этапы статистического прогнозирования.
9. Классификация объектов статистического прогнозирования.
10. Основные показатели точности статистических прогнозов.
11. Методы верификации статистических прогнозов.
12. Временные ряды как объект прогнозирования. Основные составляющие компоненты временного ряда.
13. Методы проверки наличия тенденции во временном ряду.

14. Анализ видов тенденции временных рядов.
15. Методы выявления и анализа типа тенденции временного ряда.
16. Методы выбора формы тренда.
17. Методы анализа случайной компоненты.
18. Автокорреляция. Методы выявления автокорреляции.
19. Модели авторегрессионных преобразований.
20. Объективизация прогнозов. Основные понятия и сущность.
21. Прогнозирование временных рядов, не имеющих тенденции.
22. Прогнозирование на основе простейших методов.
23. Прогнозирование на основе экстраполяции тренда.
24. Кривые роста как метод прогнозирования социально-экономических явлений. Кривые роста Гомперца. Кривые роста Перля-Рида.
25. Прогнозирование на основе дисконтирования информации. Метод гармонических весов.
26. Прогнозирование методом простого экспоненциального сглаживания.
27. Прогнозирование связанных временных рядов.
28. Многофакторное динамическое прогнозирование.
29. Методы оценки точности и надежности прогноза.

6. Информационная поддержка для студентов в процессе изучения дисциплины:

Учебная литература по дисциплине «Анализ временных рядов и прогнозирование»:

I. Основная литература

1. Вайну Я.Я. Корреляция рядов динамики. – М.: Статистика, 1977.
2. Гранберг Д. Статистическое моделирование и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика, 1990.

3. Иващенко Т.А., Кильдишев Г.С., Шмойлова Р.А. Статистическое изучение основной тенденции и взаимосвязи в рядах динамики. – Томск, издательство Томского университета, 1985.
4. Королев Ю.Г., Рабинович П.М., Шмойлова Р.А. Статистическое моделирование и прогнозирование. Учебное пособие. – М.: МЭСИ, 1985.
5. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. – М.: Статистика, 1977.

II. Дополнительная литература

1. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976.
2. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. – М.: Статистика, 1974.
3. Венсель В.В. Интегральная регрессия и корреляция: статистическое моделирование рядов динамики. – М.: Финансы и статистика, 1983.
4. Кильдишев Г.С., Френкель А.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. – М.: Статистика, 1973.
5. Ковалева Л.Н. Многофакторное прогнозирование на основе рядов динамики. – М.: Статистика, 1980.
6. Лизер Р. Эконометрические методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979.
7. Льюис Х.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. – М.: Статистика, 1986.
8. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979.
9. Маленво Э. Статистические методы эконометрии. Вып. 1, 2. – М. Статистика, 1976.
10. Рябушкин Т.В. Методологические методы анализа и прогноза краткосрочных процессов. – М.: Статистика, 1979.
11. Манелля А.В., Юзбашев М.М. Статистический анализ тенденций колеблемости. – М.: Финансы и статистика, 1983.

Практикум

Тесты для самопроверки

ТЕСТ 1

1. Моделирование – это:

- предвидение таких событий, количественная характеристика которых невозможна или затруднена;
- сохранение, присущих процессам и явлениям, тенденций и закономерностей прошлого и настоящего в будущем;
- воспроизведение основных характеристик исследуемого объекта на другом объекте, специально созданном для этих целей.

2. В зависимости от цели исследования прогнозы бывают:

- сложные;
- обществоведческие;
- поисковые.

3. Тенденция среднего уровня определяется методом:

- сравнения средних уровней временного ряда;
- кумулятивного Т-критерия;
- критерия серий, основанного на медиане выборки.

4. Имеются следующие данные о динамике прибыли одной из строительных фирм города в 2006 году:

Месяц	Прибыль, млн. руб.
Январь	2,6
Февраль	5,0
Март	5,2
Апрель	5,6
Май	5,9
Июнь	6,3
Июль	6,7
Август	6,9
Сентябрь	7,1

Определите:

- тенденцию среднего уровня методом сравнения средних уровней временного ряда;

- определите параметры линейного тренда;
- прогнозные оценки на ноябрь 2006 г. методом среднего абсолютного прироста.

ТЕСТ 2

1. В зависимости от уровня изучаемого процесса модели прогноза бывают:

- отраслевые;
- дискретные;
- локальные.

2. Тенденция – это:

- основное направление, закономерность развития социально-экономических явлений или процессов;
- аналитическая функция, которая описывает существующую динамику изучаемого показателя;
- ряд числовых значений определенного показателя в последовательные периоды времени.

3. При выполнении какого из неравенств подтверждается наличие тенденции средних:

- $t_{\text{расч.}} < t_{\text{табл.}}$;
- $t_{\text{расч.}} > t_{\text{табл.}}$;
- $t_{\text{расч.}} = t_{\text{табл.}}$.

4. Имеются следующие данные о динамике объемов строительно-монтажных работ строительного комплекса города в 2006 году:

Месяц	Объем строительно-монтажных работ, млрд. руб.
Январь	12,8
Февраль	12,9
Март	12,5
Апрель	11,5
Май	12,7
Июнь	13,5
Июль	14,0
Август	14,2
Сентябрь	15,0

Определите:

- тенденцию среднего уровня методом Фостера-Стюарта;
- определите параметры параболы второго порядка;
- прогнозные оценки на октябрь 2006 г. методом среднего темпа роста.

ТЕСТ 3

1. *Прогнозирование – это:*

- воспроизведение основных характеристик исследуемого объекта на другом объекте, специально созданном для этих целей;
- научно-обоснованное, основанное на системе установленных причинно-следственных связей и закономерностей, выявление состояния и вероятных путей развития финансовых процессов;
- ряд числовых значений определенного показателя, характеризующего размеры изучаемого явления за определенные промежутки времени.

2. *По характеру развития объектов во времени модели прогноза бывают:*

- циклические;
- пространственные;
- территориальные.

3. *При выполнении какого из неравенств делается вывод о наличии тенденции в дисперсиях:*

- $F_{\text{расч.}} < F_{\text{критич.}}$;
- $F_{\text{расч.}} > F_{\text{критич.}}$;
- $F_{\text{расч.}} = F_{\text{критич.}}$.

4. *Имеются следующие данные о динамике объема промышленности строительных материалов г. Москвы за период 1996-2002 гг.:*

Год	Объем промышленности строительных материалов, млрд. руб.
1998	1,2
1999	1,4
2000	2,2
2001	4,8
2002	5,7
2003	5,9
2004	6,0
2005	6,0
2006	6,1

Определите:

- наличие тенденции на основе кумулятивного Т-критерия;
- среднюю квадратическую ошибку, приняв во внимание, что тенденция прибыли описывается моделью линейного тренда;
- прогнозные оценки на основе кривой роста Гомперца на 2007 г.

ТЕСТ 4

1. В зависимости от области применения прогнозы бывают:

- среднесрочные;
- обществоведческие;
- региональные.

2. Тренд – это:

- форма проявления причинно-следственных связей между признаками;
- аналитическая функция, описывающая тенденцию изменения явления;
- основное направление развития явления.

3. Тенденция в дисперсиях определяется методом:

- Фостера–Стюарта;
- кумулятивного Т-критерия;
- дисперсионного анализа.

4. Имеются следующие данные о динамике численности работающих в консалтинговой фирме в 2006 году:

Месяц	Численность работающих, чел.
Январь	73
Февраль	66
Март	56
Апрель	48
Май	46
Июнь	43
Июль	44
Август	44
Сентябрь	40

Определите:

- наличие тенденции на основе трехчленной скользящей средней;
- среднюю квадратическую ошибку, приняв во внимание, что тенденция прибыли описывается моделью параболы второго порядка;
- прогнозные оценки на основе кривой роста Перля-Рида на 2007 г.

ТЕСТ 5

1. Модель - это:

- отображение или аналог явления или процесса в основных существенных для него чертах;
- предвидение таких событий, характеристика которых определяется количественными методами прогнозирования;
- общее свойство, характерная черта или иная особенность единиц совокупности, которые количественно могут быть измерены.

2. По сложности различают прогнозы:

- сложные;
- текущие;
- естественноведческие.

3. Метод сравнения средних уровней временного ряда позволяет проанализировать наличие или отсутствие:

- тенденции среднего уровня;
- мультиколлинеарности;
- тенденции автокорреляции.

4. Имеются следующие данные о динамике средней заработной платы одного рабочего строительной фирмы в 2006 году:

Месяц	Средняя заработная плата одного рабочего, тыс. руб.
Январь	15,2
Февраль	15,4
Март	15,3
Апрель	15,5
Май	15,7
Июнь	15,6
Июль	16,7
Август	17,0
Сентябрь	17,1

Определите:

- наличие тенденции в средних методом Фостера-Стюарта;
- характер тенденции на основе пятичленной скользящей средней;
- на основе критерия серий, основанного на медиане выборки, оцените отклонения эмпирических значений прибыли от теоретических, полученных по уравнению линейного тренда.

ТЕСТ 6

1. По характеру используемой информации модели различают:

- временные;
- субглобальные;
- долгосрочные.

2. Принцип инерционности предполагает:

- сохранение тенденций прошлого и настоящего в будущем;
- заполнение недостающих уровней временного ряда;
- стационарный характер явления.

3. При выполнении какого неравенства подтверждается наличие тенденции на основе кумулятивного T-критерия:

- $T_{расч.} > T_{критич.}$;
- $T_{расч.} < T_{критич.}$;
- $T_{расч.} = T_{критич.}$

4. Имеются следующие данные о динамике инвестиций в основной капитал фирмы ООО "Скат" в 2006 году:

Месяц	Инвестиции в основной капитал, млрд. руб.
Январь	3,4
Февраль	3,2
Март	3,3
Апрель	3,3
Май	3,7
Июнь	4,2
Июль	4,7
Август	4,6
Сентябрь	5,2

Определите:

- наличие тенденции в дисперсиях методом Фостера-Стюарта;
- характер тенденции на основе четырехчленной скользящей средней;
- на основе критерия «восходящих» и «нисходящих» серий, оцените отклонения эмпирических значений прибыли от теоретических, полученных по уравнению линейного тренда.

ТЕСТ 7

1. Прогноз – это:

- отрезок времени от момента, для которого имеются последние данные об изучаемом процессе, до момента, к которому относится прогноз;
- количественное вероятностное утверждение в будущем о состоянии объекта, с относительно высокой степенью достоверности, на основе анализа тенденций и закономерностей прошлого и настоящего;
- форма проявления причинной связи между последовательными значениями показателей.

2. По размерности модели различают:

- сублокальные;
- научно-технические;
- долгосрочные.

3. Метод Фостера–Стюарта позволяет проанализировать тенденцию:

- средних уровней временного ряда;
- возрастающую;
- автокорреляции.

4. Имеются следующие данные о динамике ввода в действие жилых домов в г. Москве за период 1998-2006 гг.

Год	Ввод в действие жилых домов, млн. кв. м
1998	3,27
1999	3,35
2000	3,42
2001	3,39
2002	3,53
2003	3,64
2004	3,87
2005	3,90
2006	3,92

Определите:

- наличие тенденции в дисперсиях методом сравнения средних уровней временного ряда;
- постройте уравнение линейного тренда;

- постройте прогноз методом простого экспоненциального сглаживания на 2007 г.

ТЕСТ 8

1. По масштабности объекта изучения прогнозы бывают:

- структурные;
- текущие;
- с полным информационным обеспечением.

2. Уровни временного ряда формируются под влиянием следующих компонент:

- сезонной;
- автокорреляции;
- времени.

3. В основе реализации дисперсионного метода анализа лежат критерии:

- Стьюдента;
- Фишера-Снедекора;
- Серий, основанного на медиане выборки.

4. Имеются следующие данные о динамике ввода в действие общеобразовательных школ в одном из городов РФ за период 1998-2006 гг.

Год	Ввод в действие общеобразовательных школ, зданий
1998	25
1999	24
2000	24
2001	18
2002	17
2003	17
2004	15
2005	15
2006	12

Определите:

- наличие тенденции в средних методом сравнения средних уровней временного ряда;

- постройте прогноз методом гармонических весов на 2007 г.

ТЕСТ 9

- 1. Период упреждения прогноза – это:**
 - рассматриваемый период исходных данных;
 - период времени от последнего уровня исходных данных до момента, на который строится прогноз;
 - значение последнего уровня исходных данных.
- 2. По сложности модели бывают:**
 - сверхпростые;
 - циклические;
 - отраслевые.
- 3. Тенденция в целом определяется на основе:**
 - кумулятивного T-критерия;
 - дисперсионного анализа;
 - метода гармонических весов.
- 4. Имеются следующие данные о динамике объемов освоения капитальных вложений в одном из регионов РФ за период 1998–2006 гг.**

Год	Объем капитальных вложений, млрд. руб.
1998	28,4
1999	35,8
2000	43,9
2001	53,4
2002	65,2
2003	68,8
2004	70,5
2005	72,3
2006	75,0

Определите:

- на основе критерия серий подходит ли парабола второго порядка для описания тенденции;
- проверьте предпосылку прогнозирования на основе среднего абсолютного прироста;
- рассчитайте среднюю квадратическую ошибку по параболе второго порядка.

ТЕСТ 10

1. По времени упреждения прогнозы бывают:
 - краткосрочные;
 - макроэкономические;
 - пространственно-временные.
2. По характеру развития объектов тенденция бывает:
 - среднего уровня;
 - дисперсии;
 - возрастающая.
3. При каком соотношении двух неравенств в критерии серий делается вывод о случайности отклонений эмпирических и теоретических значений временного ряда:
 - выполняются одновременно;
 - ни одно не выполняется;
 - выполняется хотя бы одно.
4. Имеются следующие данные о динамике инвестиций производственного назначения в основной капитал нефтяной компании за период 1998-2006 гг.

Год	Инвестиции производственного назначения в основной капитал, млн. долл.
1998	12,5
1999	12,8
2000	13,3
2001	17,7
2002	28,5
2003	39,4
2004	55,4
2005	55,5
2006	57,0

Определите:

- методом критерия «восходящих» и «нисходящих» серий наличие тенденции во временном ряду прибыли, учитывая, что тренд имеет параболу второго порядка;

- проверьте наличие тенденции любым известным вам методом;
- рассчитайте коэффициент несоответствия между эмпирическими значениями признака и теоретическими, полученными методом среднего абсолютного прироста.

Контрольная работа

для студентов заочной формы обучения

по курсу «Анализ временных рядов и прогнозирование»

Каждый студент должен выполнить самостоятельную работу в течение курса «Анализ временных рядов и прогнозирование».

Контрольно-практическая работа включает только практические задачи и состоит из десяти вариантов.

Приступать к выполнению работы следует после изучения соответствующей темы учебного материала.

Решение практического задания следует излагать полностью, с приведением необходимых расчетов, формул и пояснений к ним. Там, где это возможно, результаты расчетов следует излагать в табличной форме, а в случае необходимости дать графическое изображение фактических и теоретических данных.

Результаты решения задач должны быть проверены и соответствующим образом пояснены. Следует обратить особое внимание на логический и экономический смысл полученных результатов.

Если для проведения расчетов использовались аналитические пакеты прикладных программ, то необходимо приложить распечатку результатов.

Работа должна быть выполнена в соответствии с перечисленными требованиями и представлена в установленные сроки. На работу преподаватель-консультант дает заключение.

В процессе самостоятельной работы по изучению курса, в целях его усвоения студент должен проработать все указанные варианты контрольной работы и решить все типовые задачи.

Выбор варианта определяется последней цифрой зачетной книжки студента.

Исходные данные, необходимые для выполнения работы, необходимо брать из таблиц Приложения 1 в соответствии со следующей схемой:

Номер варианта	Номер таблицы в приложении к контрольной работе
0	таблица 1
1	таблица 2
2	таблица 3
3	таблица 4
4	таблица 5
5	таблица 6
6	таблица 7
7	таблица 8
8	таблица 9
9	таблица 10

Тема 1. Методологические аспекты анализа и моделирования временных рядов

На основе данных приложения № 1 Вашего варианта (по одному ряду динамики) необходимо сделать следующее:

1. Охарактеризовать временной ряд в соответствии с существующей классификацией.
2. Рассчитать и проанализировать следующие абсолютные, относительные и средние показатели временного ряда:
 - абсолютные приросты (цепные и базисные),
 - темпы роста (цепные и базисные),
 - темпы прироста (цепные и базисные)
 - абсолютное значение одного процента прироста,
 - средний уровень временного ряда,
 - средний абсолютный прирост,
 - средний темп роста,
 - средний темп прироста.
3. На основе анализа полученных в п.2 показателей охарактеризовать характер основной тенденции в исследуемом временном ряду. Сформулируйте предположение о форме тренда.

Тема 2. Моделирование основной тенденции временного ряда

На основе данных приложения № 1 Вашего варианта (по одному ряду динамики) необходимо сделать следующее:

1. Определите наличие основной тенденции развития в исследуемом ряду на основе кумулятивного Т-критерия.
2. Определите вид тенденции (средней и дисперсии) в исследуемом ряду динамики методом сравнения средних уровней временного ряда.
3. Определите вид тенденции (средней и дисперсии) в исследуемом ряду динамики методом Фостера-Стюарта.
4. Определите характер основной тенденции в исследуемом ряду динамики методом Кокса-Стюарта.
5. Проанализируйте характер основной тенденции временного ряда методом скользящей средней. Обоснуйте выбор порядка скольжения.
6. Определите аналитическую форму выражения основной тенденции исследуемого временного ряда по любому рациональному многочлену (линейной функции и параболе второго порядка).
7. Выберите и обоснуйте модель на основе:
 - графического метода;
 - метода последовательных разностей.
8. Определите параметры выбранной функции на основе метода наименьших квадратов.
9. Проверьте правильность выбранного уравнения тренда на основе:
 - минимизации сумм квадратов отклонений эмпирических значений признака от теоретических, полученных по уравнению тренда;
 - средней квадратической ошибки;
 - средней ошибки аппроксимации;
 - дисперсионного метода анализа;
 - критерия серий, основанного на медиане выборки.

Тема 3. Моделирование случайной компоненты временного ряда

По данным Вашего варианта и на основе полученного в теме 1 уравнения тренда необходимо произвести следующее:

1. Определить отклонения теоретических значений признака, полученных по уравнению тренда от эмпирических значений признака.
2. Определить наличие случайного компонента в исследуемом временном ряду на основе критериев:
 - серий, основанного на медиане выборки;
 - «восходящих» и «нисходящих» серий;
 - «минимума» и «максимума».

Тема 4. Моделирование периодической компоненты временного ряда

По данным любого статистического ежегодника или Интернет-ресурсов подберите временной ряд помесечных данных за полный год (12 месяцев).

1. Изобразите графически исходные данные и произведите визуальный анализ.
2. Проверьте исходный временной ряд на наличие тенденции любым известным Вам методом.
3. Проверьте временной ряд на наличие сезонной компоненты с помощью:
 - дисперсионного анализа;
 - критерия «пиков» и «ям».
4. Выберите и обоснуйте модель тренда. Рассчитайте параметры уравнения тренда и определите теоретические уровни ряда по трендовой модели.
5. Определите абсолютные и относительные отклонения эмпирических значений уровней временного ряда от теоретических, полученных по уравнению тренда. Нанесите эти отклонения на график и проанализируйте амплитуду их изменений.

6. Проверьте абсолютные и относительные отклонения фактических уровней от выровненных на наличие автокорреляции любым известным Вам способом.

7. Постройте модель сезонной волны по отклонениям эмпирических значений уровней временного ряда от выровненных по тренду методом гармонического анализа.

8. Определите гармонику Фурье, наилучшим образом отражающую периодичность изменения уровней временного ряда на основе средней квадратической ошибки.

9. По полученной в п. 8 модели сезонной волны сделайте прогноз на 2-3 периода упреждения

Тема 5. Моделирование связанных временных рядов

По данным Приложения 2 необходимо построить модель связанных временных рядов.

1. Определить результативный и факторный признаки.

2. Постройте график зависимости результативного признака с каждым из факторных.

3. Проверьте временные ряды на наличие автокорреляции в уровнях на основе известных Вам критериев.

4. Постройте модели авторегрессионных преобразований методами:

- последовательных разностей;
- конечных разностей;
- по отклонениям эмпирических значений признаков от выровненных по тренду;

- Фриша-Воу.

5. Проверьте временные ряды на наличие автокорреляции в остатках на основе коэффициента автокорреляции, критерия Дарбина-Уотсона и других критериев.

6. Проверьте адекватность построенной в п.4 модели исследуемому процессу на основе:

- средней ошибки аппроксимации;
- средней квадратической ошибки.

7. Сформулируйте выводы.

Тема 6. Прогнозирование динамики социально-экономических явлений

Задание 6.1. Простейшие методы прогнозной экстраполяции

На основе данных приложения № 1 Вашего варианта (по одному ряду динамики) необходимо сделать следующее:

1. Построить прогноз методами:
 - среднего абсолютного прироста;
 - среднего темпа роста.

Обосновать выбор метода прогнозирования, предварительно проверив предпосылки их реализации.

2. Произвести оценку точности полученных прогнозов на основе:

- средней квадратической ошибки;
- коэффициента несоответствия.

Задание 6.2. Прогнозирование на основе кривых роста

На основе данных приложения № 1 Вашего варианта (по одному ряду динамики) необходимо сделать следующее:

1. Произвести прогноз на 2-3 периода упреждения на основе кривой роста Гомперца.
2. Произвести прогноз на 2-3 периода упреждения на основе кривой роста Перля-Рида.
3. Произвести оценку точности полученных прогнозов на основе:

- средней квадратической ошибки;
- коэффициента несоответствия

Задание 6.3. Прогнозирование с учетом дисконтирования информации

По данным приложения 1 необходимо выполнить следующее:

1. Проверить и обосновать предпосылки реализации методов простого экспоненциального сглаживания и гармонических весов на основе графического метода анализа.

2. Произвести прогноз на 2-3 периода упреждения методом простого экспоненциального сглаживания.

3. Произвести прогноз на 2-3 периода упреждения методом гармонических весов.

4. Произвести оценку точности полученных в пп.2 и 3 прогнозов на основе:

- средней квадратической ошибки;
- коэффициента несоответствия.

Задание 6.4. Прогнозирование рядов динамики, не имеющих тенденции

1. По данным любого статистического ежегодника или периодической печати необходимо отобрать одномерный временной ряд абсолютных величин не менее, чем 10 уровней.

2. На основе графического анализа сделать вывод о наличии или отсутствии тенденции в исходном временном ряду.

3. Любым известным методом определить отсутствие тенденции в исследуемом временном ряду.

4. На основе распределения Пуассона определить вероятность совершения или несовершения благоприятной тенденции.

Тема 7. Прогнозирование многомерных временных рядов

На основе данных приложения 2 необходимо построить многофакторную динамическую модель взаимосвязи по отобранным признакам. Для этого необходимо:

1. Определить результативный и факторный признаки.

2. Проверить ряды динамики на наличие автокорреляции.

3. Для каждого года построить матрицы парных коэффициентов корреляции. Проанализировать матрицу полученных коэффициентов.

4. Выбрать вид модели взаимосвязи.

5. Построить статические модели за каждый год по данным Вашего варианта.

6. Проверить значимость полученных уравнений и коэффициентов регрессии. Сделайте выводы.
7. Произвести сглаживание коэффициентов регрессии и факторных признаков для выявления тенденции их изменения.
8. Построить прогнозы для коэффициентов регрессии и факторных признаков методом экстраполяции тренда.
9. Построить прогноз на основе многофакторной динамической модели.
10. Оценить точность полученного прогноза.

Приложения

Приложение 1

Таблица 1

Динамика числа проданных квартир в одном из регионов Российской Федерации за период 1994-2006гг. (данные условные)

Год	Число проданных квартир, тыс.ед.
1994	18,27
1995	17,99
1996	19,51
1997	25,37
1998	24,38
1999	23,86
2000	36,42
2001	39,05
2002	42,15
2003	47,67
2004	50,10
2005	50,78
2006	52,00

Таблица 2

Динамика объема строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами одной из строительных организаций города за период 1994-2006гг. (данные условные)

Год	Объем строительно-монтажных работ, выполненных собственными силами, млн.руб.
1994	32,5
1995	35,7
1996	35,4
1997	38,4
1998	37,6
1999	51,0
2000	50,8
2001	66,5
2002	77,9
2003	97,8
2004	97,9
2005	98,3
2006	98,5

Таблица 3

Динамика среднегодовой численности промышленно-производственного персонала промышленности Российской Федерации, млн. чел. (данные условные)

Год	Среднегодовая численность промышленно-производственного персонала, млн. чел.
1994	20,0
1995	19,3
1996	17,4
1997	16,0
1998	14,9
1999	14,0
2000	13,1
2001	13,0
2002	13,0
2003	13,1
2004	13,2
2005	12,8
2006	12,7

Таблица 4

Динамика прибыли одного из предприятий города за период 1994-2006гг. (данные условные)

Год	Прибыль, млн. руб.
1994	48,11
1995	44,44
1996	41,53
1997	38,10
1998	38,22
1999	39,81
2000	38,26
2001	40,17
2002	41,54
2003	43,65
2004	45,66
2005	50,11
2006	52,15

Таблица 5

Динамика численности безработных, зарегистрированных в органах государственной службы занятости в одном из регионов Российской Федерации (данные условные)

Год	Численность безработных, млн.чел.
1994	0,61
1995	0,75
1996	0,84
1997	0,96
1998	1,18
1999	1,31
2000	1,71
2001	1,91
2002	1,89
2003	2,11
2004	2,10
2005	2,13
2006	2,15

Таблица 6

Динамика сброса загрязненных сточных вод в Российской Федерации (данные условные)

Год	Сброс загрязненных сточных вод, млрд.куб.м.
1994	28,2
1995	26,7
1996	25,1
1997	25,0
1998	24,9
1999	23,8
2000	22,9
2001	21,1
2002	20,7
2003	20,0
2004	19,8
2005	19,9
2006	19,5

Таблица 7

Динамика выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух от стационарных источников (данные условные)

Год	Выбросов загрязняющих веществ в атмосферный воздух от стационарных источников, млн.т.
1994	29,1
1995	27,4
1996	23,2
1997	22,8
1998	22,3
1999	21,1
2000	19,8
2001	18,5
2002	18,8
2003	18,0
2004	18,1
2005	18,0
2006	17,7

Таблица 8

Динамика жилищного фонда Российской Федерации (данные условные)

Год	Жилищный фонд, млрд.кв.м.
1994	2,511
1995	2,612
1996	2,687
1997	2,698
1998	2,711
1999	2,723
2000	2,739
2001	2,774
2002	2,799
2003	2,811
2004	2,807
2005	2,812
2006	2,820

Таблица 9

Динамика числа семей, состоявших на учете на получение жилья
(данные условные)

Год	Число семей, состоявших на учете на получение жилья, млн.ед.
1994	9,6
1995	9,2
1996	8,4
1997	7,7
1998	7,2
1999	6,7
2000	6,2
2001	5,8
2002	5,3
2003	5,2
2004	5,4
2005	5,1
2006	5,0

Таблица 10

Динамика числа проданных квартир
(данные условные)

Год	Число проданных квартир, тыс.ед.
1994	7,3
1995	8,1
1996	14,5
1997	26,4
1998	29,9
1999	42,5
2000	44,1
2001	37,0
2002	44,7
2003	45,2
2004	45,0
2005	45,1
2006	45,5

Приложение 2

Распределение Стьюдента (t – распределение)

v	Вероятность $\alpha = St(t) = P(T > t_{табл.})$											
	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,741	0,941	1,190	1,563	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,406	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,043	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,327	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,583
11	0,129	0,260	0,396	0,697	0,976	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,688	0,861	1,066	1,326	1,789	2,093	2,539	2,861	3,833
20	0,127	0,257	0,391	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,066	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,402	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,254	0,387	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Приложение 3

Распределение Фишера-Снедекора (F-распределение)

Значение $F_{табл}$, удовлетворяющее условию $P(F > F_{табл})$. Первое значение соответствует вероятности 0,05; второе – вероятности 0,01 и третье – вероятности 0,001;

ν_1 – число степеней свободы числителя; ν_2 – знаменателя

ν_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
1	161,4 4052 406523	199,5 4999 500016	215,7 5403 536700	224,6 5625 562527	230,2 5764 576449	234,0 5859 585953	238,9 5981 598149	243,9 6106 610598	249,0 6234 623432	253,3 6366 636535	12,71 63,66 636,2
2	18,51 98,49 998,46	19,00 99,01 999,00	19,16 0,17 999,20	19,25 99,25 999,20	19,30 99,30 999,20	19,33 99,33 999,20	19,37 99,36 999,40	19,41 99,42 999,60	19,45 99,46 999,40	19,50 99,50 999,40	4,30 9,92 31,00
3	10,13 34,12 67,47	9,55 30,81 148,51	9,28 29,46 141,10	9,12 28,71 137,10	9,01 28,24 134,60	8,94 27,91 132,90	8,84 27,49 130,60	8,74 27,05 128,30	8,64 26,60 125,90	8,53 26,12 123,50	3,18 5,84 12,94
4	7,71 21,20 74,13	6,94 18,00 61,24	6,59 16,69 56,18	6,39 15,98 53,43	6,26 15,52 51,71	6,16 15,21 50,52	6,04 14,80 49,00	5,91 14,37 47,41	5,77 13,93 45,77	5,63 13,46 44,05	2,78 4,60 8,61
5	6,61 16,26 47,04	5,79 13,27 36,61	5,41 12,06 33,20	5,19 11,39 31,09	5,05 10,97 20,75	4,95 10,67 28,83	4,82 10,27 27,64	4,68 9,89 26,42	4,53 9,47 25,14	4,36 9,02 23,78	2,57 4,03 6,86
6	5,99 13,74 35,51	5,14 10,92 26,99	4,76 9,78 23,70	4,53 9,15 21,90	4,39 8,75 20,81	4,28 8,47 20,03	4,15 8,10 19,03	4,00 7,72 17,99	3,84 7,31 16,89	3,67 6,88 15,75	2,45 3,71 5,96
7	5,59 12,25 29,22	4,74 9,55 21,69	4,35 8,45 18,77	4,12 7,85 17,19	3,97 7,46 16,21	3,87 7,19 15,52	3,77 6,84 14,63	3,57 6,47 13,71	3,41 6,07 12,73	3,23 5,65 11,70	2,36 3,50 5,40
8	5,32 11,26 25,42	4,46 8,65 18,49	4,07 7,59 15,83	3,84 7,10 14,39	3,69 6,63 13,49	3,58 6,37 12,86	3,44 6,03 12,04	3,28 5,67 11,19	3,12 5,28 10,30	2,99 4,86 9,35	2,31 3,36 5,04

Продолжение приложения 3

v_1												
v_2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t	
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71	2,26	
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,73	4,31	3,25	
	22,86	16,39	13,90	12,56	11,71	11,13	10,37	9,57	8,72	7,81	4,78	
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54	2,23	
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,33	3,91	3,17	
	21,04	14,91	12,55	11,28	10,48	9,92	9,20	8,45	7,64	6,77	4,59	
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40	2,20	
	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,4	4,02	3,60	3,11	
	19,69	13,81	11,56	10,35	9,58	9,05	8,35	7,62	6,85	6,00	4,49	
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30	2,18	
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,78	3,36	3,06	
	18,64	12,98	1,81	9,63	8,89	8,38	7,71	7,00	6,25	5,42	4,32	
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21	2,16	
	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,30	3,96	3,59	3,16	3,01	
	17,81	12,31	10,21	9,07	8,35	7,86	7,21	6,52	5,78	4,97	4,12	
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13	2,14	
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,43	3,00	2,98	
	17,14	11,78	9,73	8,62	7,92	7,44	6,80	6,13	5,41	4,60	4,14	
15	4,45	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07	2,13	
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	3,29	2,87	2,95	
	16,59	11,34	9,34	8,25	7,57	7,09	6,47	5,81	5,10	4,31	4,07	
16	4,41	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01	2,12	
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,18	2,75	2,92	
	16,12	10,97	9,01	7,94	7,27	6,80	6,20	5,55	4,85	4,06	4,02	
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96	2,11	
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,79	3,45	3,08	2,65	2,90	
	15,72	10,66	8,73	7,68	7,02	6,56	5,96	5,32	4,63	3,85	3,96	
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92	2,10	
	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37	3,01	2,57	2,88	
	15,38	10,39	8,49	7,46	6,81	6,35	5,76	5,13	4,45	3,67	3,92	

Окончание приложения 3

$\frac{V_1}{V_2}$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	t
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88	2,09
	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,63	3,30	2,92	2,49	2,86
	15,08	10,16	8,28	7,26	6,61	6,18	5,59	4,97	4,29	3,52	3,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84	2,09
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	2,86	2,42	2,84
	14,82	9,95	8,10	7,10	6,46	6,02	5,44	4,82	4,15	3,38	3,85
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,82	2,08
	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,51	3,17	2,80	2,36	2,83
	14,62	9,77	7,94	6,95	6,32	5,88	5,31	4,70	4,03	3,26	3,82
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78	2,07
	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,75	3,45	3,12	2,75	2,30	2,82
	14,38	9,61	7,80	6,81	6,19	5,76	5,19	4,58	3,92	3,15	3,79
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76	2,07
	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,41	3,07	2,70	2,26	2,81
	14,19	9,46	7,67	6,70	6,08	5,56	5,09	4,48	3,82	3,05	3,77
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73	2,06
	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,36	3,03	2,66	2,21	2,80
	14,03	9,34	7,55	6,59	5,98	5,55	4,99	4,39	3,84	2,97	3,75
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71	2,06
	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,32	2,99	2,62	2,17	2,79
	13,88	9,22	7,45	6,49	5,89	5,46	4,91	4,31	3,66	2,18	3,72
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69	2,06
	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,29	2,96	2,58	2,13	2,78
	13,74	9,12	7,36	6,41	5,80	5,38	4,83	4,24	3,59	2,82	3,71

Приложение 4

Таблица вычисления значений по ряду Фурье

Для изучения сезонности как периодической функции Фурье за n берется число месяцев года, тогда ряд динамики по отношению к значениям определится в виде следующих значений y :

0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}

Для вычисления синусов и косинусов разных гармоник пользуются следующей таблицей.

Значения $\cos kt$ $\sin kt$ для различных значений t

t	$\cos t$	$\cos 2t$	$\sin t$	$\sin 2t$
0	1	1	0	0
$\frac{\pi}{6}$	0,866	0,5	0,5	0,866
$\frac{\pi}{3}$	0,5	-0,5	0,866	0,866
$\frac{\pi}{2}$	0	-1	1	0
$\frac{2\pi}{3}$	-0,5	-0,5	0,866	-0,866
$\frac{5\pi}{6}$	-0,866	0,5	0,5	-0,866
π	-1	1	0	0
$\frac{7\pi}{6}$	-0,866	0,5	-0,5	0,866
$\frac{4\pi}{3}$	-0,5	-0,5	-0,866	0,866
$\frac{3\pi}{2}$	0	-1	-1	0
$\frac{5\pi}{3}$	0,5	-0,5	-0,866	-0,866
$\frac{11\pi}{6}$	0,866	0,5	-0,5	-0,866

Приложение 5

**Значения средней μ и стандартных ошибок σ_1 и σ_2
для n от 10 до 50**

n	μ	σ_1	σ_2
10	3,858	1,288	1,964
15	4,636	1,521	2,153
20	5,195	1,677	2,279
25	5,632	1,791	2,373
30	5,990	1,882	2,447
35	6,294	1,956	2,509
40	6,557	2,019	2,561
45	6,790	2,072	2,606

Приложение 6

Критические значения кумулятивного Т-критерия

n	<i>Для проверки существенности тренда</i>	
	$T_{кр}$	$t_{кр}$
6	2,62	2,11
7	3,11	2,10
8	3,59	2,09
9	4,07	2,09
10	4,55	2,09
11	5,02	2,08
12	5,49	2,08
13	5,96	2,07
14	6,42	2,07
15	6,89	2,06
16	7,36	2,06
17	7,82	2,06
18	8,29	2,05
19	8,76	2,05
20	9,22	2,04

Распределение критерия Дарбина-Уотсона для положительной автокорреляции (для 5%-ного уровня значимости)

n	V=1		V=2		V=3		V=4		V=5	
	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,89
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,63	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

Тест для самопроверки по основным категориям курса

5. *Прогнозирование – это:*

- воспроизведение основных характеристик исследуемого объекта на другом объекте, специально созданном для этих целей;
- научно-обоснованное, основанное на системе установленных причинно-следственных связей и закономерностей, выявление состояния и вероятных путей развития процессов;
- ряд числовых значений определенного показателя, характеризующего размеры изучаемого явления за определенные промежутки времени.

6. *Прогноз – это:*

- отрезок времени от момента, для которого имеются последние данные об изучаемом процессе до момента, к которому относится прогноз;
- количественное вероятностное утверждение в будущем о состоянии объекта, с относительно высокой степенью достоверности, на основе анализа тенденций и закономерностей прошлого и настоящего;
- форма проявления причинной связи между последовательными значениями показателей.

7. *Предсказание – это:*

- это отображение или аналог явления или процесса в основных существенных для него чертах;
- предвидение таких событий, количественная характеристика которых невозможна или затруднена;
- это отрезок времени от момента, для которого имеются последние статистические данные об изучаемом объекте до момента, к которому относится прогноз.

8. Экстраполяция – это:

- некоторая математическая функция $f(t)$, которая описывает тенденцию изменения явления;
- нахождение уровней за пределами изучаемого временного ряда, то есть продление временного ряда на основе выявленной закономерности изменения уровней в изучаемый отрезок времени;
- основное направление, закономерность развития явления.

9. Тенденция – это:

- основное направление и закономерность развития явления или процесса;
- аналитическая функция, которая описывает существующую динамику изучаемого показателя;
- ряд числовых значений определенного показателя в последовательные периоды времени.

10. Тренд – это:

- форма проявления причинно-следственных связей между признаками;
- аналитическая функция, описывающая тенденцию изменения явления;
- основное направление развития явления.

7. Объективизация прогноза – это:

- построение объективного прогноза;
- процедура выбора метода прогнозирования;
- оценка точности прогноза.

8. Принцип инерционности предполагает:

- сохранение тенденций прошлого и настоящего в будущем;
- заполнение недостающих уровней временного ряда;
- прогнозирование реальных объектов в сфере бизнеса.

9. *Уровни временного ряда формируются под влиянием следующих компонент:*
 - сезонной;
 - автокорреляции;
 - времени.

10. *В зависимости от цели исследования прогнозы бывают:*
 - сложные;
 - обществоведческие;
 - поисковые.

11. *В зависимости от уровня изучаемого процесса модели прогноза бывают:*
 - отраслевые;
 - дискретные;
 - локальные.

12. *По характеру развития объектов во времени модели прогноза бывают:*
 - циклические;
 - пространственные;
 - территориальные.

13. *В зависимости от области применения прогнозы бывают:*
 - среднесрочные;
 - обществоведческие;
 - региональные.

14. *По характеру используемой информации модели различают:*
 - временные;
 - субглобальные;
 - долгосрочные.

15. **По сложности различают прогнозы:**
 - сложные;
 - текущие;
 - естественные.
16. **По масштабности объекта изучения прогнозы бывают:**
 - структурные;
 - текущие;
 - с полным информационным обеспечением.
17. **Период упреждения прогноза – это:**
 - рассматриваемый период исходных данных;
 - период времени от последнего уровня исходных данных до момента, на который строится прогноз;
 - значение последнего уровня исходных данных.
18. **По времени упреждения прогнозы бывают:**
 - краткосрочные;
 - макроэкономические;
 - пространственно-временные.
19. **По характеру развития объектов тенденция бывает:**
 - среднего уровня;
 - дисперсии;
 - возрастающая.
20. **Тенденция автокорреляции – это:**
 - тенденция изменения связи между отдельными уровнями временного ряда;
 - изменения отклонений эмпирических значений временного ряда от значений, полученных по уравнению тренда;
 - математическая функция, вокруг которой варьируют фактические значения изучаемого явления.

21. Тенденция дисперсии – это:

- тенденция изменения связи между отдельными уровнями временного ряда;
- изменения отклонений эмпирических значений временного ряда от значений, полученных по уравнению тренда;
- математическая функция, вокруг которой варьируют фактические значения изучаемого явления.

22. Тенденция среднего уровня – это:

- тенденция изменения связи между отдельными уровнями временного ряда;
- изменения отклонений эмпирических значений временного ряда от значений, полученных по уравнению тренда;
- аналитически выражается в виде математической функции, вокруг которой варьируют фактические значения изучаемого явления.

23. Верификация прогноза – это:

- оценка достоверности статистических прогнозов;
- оценка точности статистических прогнозов;
- оценка адекватности статистических прогнозов.

Учебная программа

1. Цель и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

1.1. Цель преподавания дисциплины

Преподавание дисциплины «Анализ временных рядов и прогнозирование» строится исходя из требуемого уровня базовой подготовки экономистов по различным специальностям. Конечной целью изучения дисциплины является формирование у будущих специалистов глубоких теоретических знаний и практических навыков по экономико-статистическому анализу состояния и перспектив развития конкретных социально-экономических явлений и процессов на основе построения адекватных, и в достаточной степени аппроксимирующих реальные явления и процессы прогнозных моделей, на основе которых возможна выработка конкретных предложений, рекомендаций и путей их прикладного использования.

Роль и место дисциплины в профессиональной подготовке экономистов-статистиков определяется ее значительностью в изучении студентами специальных дисциплин.

Дисциплина «Анализ временных рядов и прогнозирование» является органическим продолжением курса «Теория статистики». Поэтому, для успешного овладения ею требуется предварительное изучение таких дисциплин как «Теория статистики», «Теория вероятности и математическая статистика», «Экономическая информатика и вычислительная техника», а также специальных дисциплин.

1.2. Задачи изучения дисциплины

Программа разработана с учетом требований, установленных в государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования, к подготовке специалистов в области статистики.

В ходе изучения дисциплины ставятся задачи научить студентов:

- методологии анализа временных рядов и прогнозирования;
- изучать самостоятельно научную и учебно-методическую литературу по анализу временных рядов и прогнозированию и уметь составлять критические обзоры опубликованных работ;
- использовать в своей деятельности современные статистико-математические методы и модели.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

Знать:

- существующие статистико-математические методы и модели, применяемые при анализе, расчете и прогнозировании показателей, представленных временными рядами;
- основные принципы статистического моделирования;
- границы возможностей, предпосылки и область применения статистико-математических методов при построении статистических моделей прогноза и обеспеченность их программными средствами;
- методику сбора и анализа статистической информации, необходимой для разработки экономико-статистических моделей.

Уметь:

- осуществлять постановку задач при разработке статистических моделей, отражающих в динамике структуру, взаимосвязь сложных социально-экономических явлений и процессов, и на их основе построение моделей прогноза, оценку их качества, точности и надежности;
- анализировать и прогнозировать, с использованием экономико-статистических моделей, конкретные социально-экономические явления и процессы.

Иметь представление:

- о направлениях развития статистико-математических методов и моделей;

- возможных областях применения статистико-математических методов и моделей при исследовании деловой активности и эффективности функционирования субъектов рыночной экономики.

2. Содержание дисциплины

Изучение дисциплины предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также выполнение студентами индивидуальных работ, что обеспечивает закрепление теоретических знаний, способствует получению практических навыков анализа, моделирования и прогнозирования сложных социально-экономических явлений и процессов.

Распределение учебного времени

Наименование темы		Количество часов	
		лекции	практические занятия
A	1	2	3
1.	Методологические аспекты анализа и статистического моделирования временных рядов	6	2
2.	Методологические вопросы статистического прогнозирования	6	2
3.	Априорный анализ составляющих компонент временного ряда	4	4
4.	Моделирование основной тенденции временного ряда	12	14
5.	Моделирование случайной компоненты временного ряда	8	12
6.	Моделирование периодической компоненты временного ряда	4	10
7.	Моделирование связанных временных рядов		4
8.	Прогнозирование динамики социально-экономических явлений	4	10
9.	Прогнозирование многомерных временных рядов	4	6

2.1. Лекционные занятия

Тема 1. Методологические аспекты анализа и статистического моделирования временных рядов

Временные ряды, их характеристика и задачи анализа. Общая схема анализа временных рядов по компонентам ряда. Время как фактор в анализе сложных социально-экономических явлений.

Статистические модели, их классификация. Место динамических моделей в системе экономико-статистических моделей. Модель как отражение действительности. Соотношение объекта и модели. Основные этапы построения статистических моделей динамики.

Тема 2. Методологические вопросы статистического прогнозирования

Основные принципы и функции статистического прогнозирования. Прогностика как метод научного познания. Этапы построения моделей статистического прогнозирования. Классификация методов и моделей статистического прогнозирования. Надежность и точность прогнозов.

Построение доверительных интервалов. Метод ретроспективного прогноза. Верификация прогнозов.

Тема 3. Априорный анализ составляющих компонент временного ряда

Требования к исходной информации. Составляющие компоненты временного ряда и их количественные характеристики. Методы выявления и устранения аномальных наблюдений во временных рядах. Методы оценки однородности совокупности исходных данных по временным рядам.

Тема 4. Моделирование основной тенденции временного ряда

Понятие основной тенденции и динамики развития социально-экономических явлений. Виды тенденции и методы определения ее наличия. Статистические модели тенденции средней, дисперсии и автокорреляции и методы их построения.

Кривые роста: характеристика основных моделей, методы выбора наилучшей кривой роста, оценивание параметров моделей. Критерии адекватности и значимости моделей тренда.

Тема 5. Моделирование случайной компоненты временного ряда

Понятие случайной компоненты и основные этапы ее анализа.

Автокорреляция и методы ее устранения. Модели авторегрессии, скользящего среднего и модели с распределенными запаздываниями. Применение обобщенного метода наименьших квадратов и авторегрессионных преобразований. Спектральный анализ. Проверка случайности и нормальности распределения случайного компонента.

Тема 6. Моделирование периодической компоненты временного ряда

Понятие периодической компоненты временного ряда. Классификация моделей временных рядов с периодическими колебаниями. Методы выявления периодической составляющей во временных рядах. Фильтрация периодической компоненты. Фильтрация сезонной компоненты. Аналитическое выравнивание периодической составляющей. Методы анализа сезонной волны. Статистические модели сезонной волны.

Тема 7. Моделирование связанных временных рядов

Классификация эконометрических моделей. Понятие модели взаимосвязи. Теоретические и методологические предпосылки построения адекватных моделей взаимосвязей.

Выбор формы связи. Методы отбора факторных признаков. Особенности моделирования временных рядов с помощью корреляционно-регрессионного анализа. Ложная корреляция. Переменная корреляция и автокорреляция. Мультиколлинеарность и методы ее выявления. Методы построения множественных регрессионных моделей по временным рядам. Критерии адекватности и значимости статистических моделей регрессии. Интерпретация статистических моделей регрессии.

Тема 8. Прогнозирование динамики социально-экономических явлений

Классификация методов прогнозирования, основанная на использовании одномерных временных рядов. Экстраполяция тенденций социально-экономических явлений и процессов с использованием кривых роста. Точечные и интервальные прогнозы. Оценка точности и надежности прогнозов.

Прогнозирование динамики развития социально-экономических явлений и процессов на основе адаптивных моделей, в частности, с использованием метода экспоненциального сглаживания. Методы прогнозирования тренд-сезонных временных рядов. Прогнозирование одномерных временных рядов методом воссоединения отдельных компонент ряда. Прогнозирование временных рядов, не имеющих тенденции. Принятие решений на основе моделей динамики.

Тема 9. Прогнозирование многомерных временных рядов

Предпосылки использования моделей регрессии в прогнозировании социально-экономических явлений. Идентификация системы моделей регрессии. Доверительные интервалы как оценка надежности прогнозов на основе уравнений регрессии. Статистическое прогнозирование связи. Многофакторные модели динамического прогнозирования и их основные модификации. Проблема идентификации. Оценка точности и надежности прогнозов на основе моделей взаимосвязи. Принятие решений на основе прогнозов, полученных по моделям регрессии.

2.2. Практические занятия

Целью проведения практических занятий по данному курсу является приобретение навыков практического использования студентами методологии комплексного статистического анализа и прогнозирования статической и динамической информации по одномерным и многомерным рядам динамики социально-экономических явлений.

При проведении практических занятий рекомендуется использовать IBM PS и разработанные для них программные средства проведения экономических расчетов, в частности, ППП статистического анализа и прогнозирования «Олимп», АРМ «Статистика», «Мезозавр», «Statgraphics» и другие, имеющиеся в фондах вычислительного центра университета.

2.3. Содержание практических занятий

Объем часов

ЗАНЯТИЕ 1.	Вводное в курс: методологические аспекты статистического моделирования и прогнозирования временных рядов.	2
ЗАНЯТИЕ 2.	Априорный анализ составляющих компонент временного ряда.	2
ЗАНЯТИЕ 3.	Выявление тенденции в ряду динамики.	2
ЗАНЯТИЯ 4, 5.	Анализ типа тенденции временных рядов.	4
ЗАНЯТИЕ 6.	Анализ тенденции временных рядов по видам.	2
ЗАНЯТИЕ 7.	Аналитическое выравнивание как метод описания основной тенденции временных рядов.	2
ЗАНЯТИЕ 8.	Методы и критерии выбора формы тренда.	2
ЗАНЯТИЕ 9.	Аудиторная контрольная работа по теме: «Анализ и моделирование основной тенденции временного ряда».	2
ЗАНЯТИЕ 10.	Моделирование периодической компоненты временного ряда.	2

ЗАНЯТИЯ 11, 12.	Методы выявления и анализа случайной компоненты.	3
ЗАНЯТИЕ 12.	Статистический анализ нормальности распределения случайной компоненты.	1
ЗАНЯТИЯ 13, 14.	Автокорреляция и методы ее выявления.	3
ЗАНЯТИЯ 14, 15.	Модели авторегрессионных преобразований.	3
ЗАНЯТИЕ 16.	Аудиторная контрольная работа по теме: «Моделирование случайной компоненты временного ряда».	2
ЗАНЯТИЕ 17.	Прогнозирование временных рядов, не имеющих тенденции.	1
ЗАНЯТИЯ 17, 18.	Простейшие методы прогнозирования временных рядов.	2
ЗАНЯТИЕ 18.	Прогнозирование временных рядов на основе экстраполяции тренда.	1
ЗАНЯТИЕ 19.	Прогнозирование временных рядов на основе кривых роста.	2
ЗАНЯТИЯ 20, 21.	Прогнозирование временных рядов с учетом дисконтирования информации.	4
ЗАНЯТИЕ 22.	Аудиторная контрольная работа по теме: « Экстраполяция тенденции и динамики социально-экономических явлений».	2
ЗАНЯТИЕ 22.	Моделирование многомерных временных рядов.	2
ЗАНЯТИЕ 23.	Многофакторное динамическое прогнозирование.	2
ЗАНЯТИЯ 24, 25.	Эвристические методы в анализе экспертной информации.	4
ЗАНЯТИЕ 26.	Эвристические методы прогнозирования динамики социально-экономических явлений.	2
ЗАНЯТИЕ 27.	Моделирование и прогнозирование деловой активности и эффективности рыночных структур (на примере конкретного объекта).	2

ЗАНЯТИЕ 28.	Модели спроса, цены и предложения. Модели потребительского спроса.	2
ЗАНЯТИЯ 29, 30.	Модели прогноза основных финансовых показателей деятельности негосударственных организационно-правовых структур.	2
ЗАНЯТИЕ 31.	Экологическое прогнозирование.	2
ЗАНЯТИЕ 32.	Демографическое прогнозирование.	2

*Наталья Алексеевна Садовникова
Римма Александровна Шмойлова*

АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Учебно-методический комплекс

Ответственный за выпуск *А.И.Комаров*
В авторской редакции
Компьютерная верстка *С.А.Жирнова*

Издательский центр Евразийского открытого института
119501, г. Москва, ул. Нежинская, д. 13.
Тел.: (495) 442-23-92

Подписано в печать 15.12.08. Формат 60 × 84 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Печ. л. 16,5. Тираж 150 экз.

Отпечатано в ООО «Футурис».
127051, г. Москва, Каретный Б. пер., д. 24/12, кор. стр. 1.
Тел.: (495) 772-31-07

ISBN 978-5-374-00199-0



9 785374 001990